

Groupe de Démographie Africaine

ETUDES  
&  
DOCUMENTS



N° 1

avril 1979

---

idp - ined - insee - mincoop - orstom

GROUPE DE DEMOGRAPHIE AFRICAINE

ETUDES ET DOCUMENTS N° 1 AVRIL 1979

S O M M A I R E

PAGES

Traduction en français de l'article :

"Stable, semi-stable and quasi-stable populations"

1ère partie. Fondements théoriques	1
2ème partie. Applications pratiques	57

Secrétariat : Madame M. BONJOUR

Groupe de Travail IDP-INED-INSEE-MINCOOP-ORSTOM  
18, Bd Adolphe Pinard - 75675 PARIS Cédex 14

Tirage : 600 exemplaires.

## POPULATIONS STABLES, SEMI-STABLES et QUASI-STABLES

par Jean BOURGEOIS-PICHAT

Président du CICRED

Extrait de "The Population Framework" Data Collection -  
Demographic Analysis - Population and Development".

C.E.A.O. 1978. pp 178-253

Traduction par Rémy CLAIRIN

### Ière PARTIE - FONDEMENTS THEORIQUES

Le concept de population stable est très ancien. Il a été cité par le célèbre mathématicien EULER il y a deux cents ans (1). Mais il est resté pendant longtemps inutilisé et il faut attendre les travaux d'Alfred J. LOTKA (2) entre les deux guerres mondiales pour assister à un réveil de ce concept. Toutefois il fut alors considéré exclusivement comme un outil théorique et les applications pratiques firent leur apparition, il y a 15 ans seulement, vers 1960, principalement à la suite des travaux de la Division de la Population des Nations-Unies à New-York (3), ainsi que des recherches poursuivies à l'Université de Princeton par Ansley Coale et Paul Demeny à "l'Office of Population Research" (4). Il y aurait aussi lieu de mentionner le travail accompli par Giorgio Mortara à l'IGBE au Brésil dans les années 40 et 50.

Revenons maintenant à l'oeuvre de Lotka. Avant de définir la population stable, il a d'abord défini ce qu'il a appelé une "population malthusienne", c'est-à-dire une population où la mortalité et la répartition par âge sont l'une et l'autre constantes dans le temps. Considérons tout d'abord une population féminine. Il faut commencer par répondre à la question suivante : Est-il possible de définir une telle population ? En d'autres termes, est-ce que les deux conditions : répartition constante par âge et mortalité constante sont compatibles ?

L'utilisation du calcul algébrique est inévitable quand on traite ce sujet et il y a lieu de commencer par définir les différentes fonctions et les différentes méthodes que l'on utilise. Il y a deux façons distinctes d'aborder le problème : en utilisant, soit des répartitions discrètes, soit des répartitions continues et le choix est une affaire de goût. Certaines personnes sont plus familiarisées avec le calcul différentiel qu'avec le calcul matriciel. Mais, bien sûr, on observe également l'inverse.

Par nature, les phénomènes démographiques sont discrets. Si, par exemple, on classe par âge tous les individus constituant une population et quel'on considère deux individus consécutifs  $i_1$  et  $i_2$ , il n'y a personne entre  $i_1$  et  $i_2$ . Par conséquent, l'univers qui décrit la répartition par âge de la population est une succession de points discrets. Donc les techniques discrètes semblent plus appropriées pour définir les concepts démographiques et étudier leurs propriétés du fait même de leur nature.

Les techniques continues sont en quelque sorte idéales, et, en fait, les applications pratiques de toute formule démontrée par le calcul différentiel doivent être transposées dans l'univers discret des statistiques démographiques.

Néanmoins, j'utiliserai les techniques continues, cela s'explique principalement par mon âge. Lorsque j'étais sur les bancs de l'école, on commençait à peine à enseigner le calcul matriciel. Si vous aviez un maître plus jeune, il utiliserait vraisemblablement les techniques discrètes. Il nous faut tout d'abord définir cet univers continu "fictif". Considérons un certain nombre d'enfants nés au même instant, pris comme origine des temps. Ce nombre diminuera au fur et à mesure de l'écoulement du temps, du fait de la mortalité. En divisant le nombre de survivants par le nombre initial de naissances, nous obtenons ce que l'on appelle la fonction de survie, que l'on représente généralement par  $l_x$ . Pour  $t = 0$ , nous avons  $l_0 = 1$  et nous admettrons que la fonction de survie devient nulle à un âge très avancé ( $l_w = 0$ ).

Si nous représentons  $l_x$  sur un graphique très détaillé, nous aurons une ligne discontinue décroissante. Chaque diminution correspondra au décès d'un

individu et toutes ces diminutions seront donc égales. Si l'effectif initial des naissances est, par exemple de 100.000, la ligne sera une succession de "degrés" décroissant s, égaux chacun à  $\frac{1}{100.000}$ . C'est le genre de courbes pour lesquelles il est impossible de définir une dérivée. Entre les degrés, la dérivée est nulle et elle est égale à -1 lorsque la diminution se produit. On peut citer d'autres exemples de lignes ayant des difficultés avec leurs dérivées. Par exemple, si vous prenez dans un atlas, la carte du monde et si vous regardez la ville d'Alger, la tangente à la courbe représentant la côte d'Afrique du Nord est une droite passant, disons, par Athènes. Mais si vous prenez une carte beaucoup plus détaillée, à plus grande échelle, vous aurez peut-être une tangente passant par Paris. En pratique en augmentant l'échelle, vous trouverez des tangentes dans à peu près toutes les directions.

#### FONCTION MONOTONE DECROISSANTE

Avant de décrire quelques méthodes permettant de résoudre cette difficulté fondamentale, nous allons traiter des fonctions monotones décroissantes  $p(x)$  et démontrer quelques formules. Ces fonctions peuvent toujours être considérées comme égales à l'unité (1) pour  $x = 0$  (autrement dit, on admet que  $p(0) = 1$ ). Un bon exemple de fonction monotone décroissante est donné par l'exponentielle  $y = e^{-rx}$  où  $r$  est un taux constant de décroissance.

Si l'on prend la dérivée, on obtient :

$$y' = re^{-rx} = -ry \text{ et nous avons :}$$

$$\boxed{-\frac{y'}{y} = r} \quad \text{ou} \quad \boxed{-\frac{d}{dx} \log y = r}$$

Le taux est égal à la dérivée changée de signe du logarithme de y

Mais, en général, une fonction monotone décroissante n'est pas l'effet d'un taux constant de décroissance. Ce taux varie continuellement et est une fonction de  $x$ .

Appelons  $\mu(x)$ , le taux variable de décroissance et  $p(x)$  la fonction décroissante. En tout point  $x$ , la variation de  $p(x)$  entre  $x$  et  $x + dx$

- 
- (1) Si la fonction est égale à B pour  $x = 0$ , il suffit de diviser cette fonction par B pour obtenir une fonction  $p(x)$ , telle que  $p(0) = 1$

est égale à  $-p(x) \mu(x) dx$ .

La dérivée (\*) de  $p(x)$  est alors :

$$- \frac{p(x) \mu(x) dx}{dx}$$

et on obtient :

$$p'(x) = -p(x) \mu(x) \quad \text{ou} \quad \boxed{-\frac{p'(x)}{p(x)} = \mu(x)} \quad \text{ou} \quad \boxed{-\frac{d}{dx} \text{Log } p(x) = \mu(x)} \quad (1)$$

La propriété de la fonction exponentielle reste vraie pour toute fonction monotone décroissante : le taux de décroissance est égal à la dérivée changée de signe du logarithme de la fonction.

La formule (1) permet de passer facilement de  $p(x)$  à  $\mu(x)$ . L'inverse est également facile. La relation (1) peut s'écrire :

$$\text{Log } p(x) = - \int_0^x \mu(t) dt + K$$

K étant une constante,

Pour  $x = 0$ ,  $p(x) = 1$  et  $\text{Log } p(0) = 0$

Nous avons également :

$$\int_0^x \mu(t) dt = 0 \quad \text{pour } x = 0$$

Pour  $x = 0$ , nous avons finalement  $0 = 0 + K$

---

(\*) La dérivée est la limite de la variation de la fonction divisée par la variation de la variable.

Donc la constante est nulle, ce qui nous donne :

$$p(x) = e^{-\int_0^x \mu(t) dt} \quad (2)$$

Supposons que nous ne connaissions la valeur de la fonction  $p(x)$  que pour des valeurs discrètes de la variable,  $x_1, x_2, x_3$ , etc..., la variation relative de la fonction dans chaque intervalle sera :

$$Q(x_1) = \frac{p(x_1) - p(x_2)}{p(x_1)}, \quad Q(x_2) = \frac{p(x_2) - p(x_3)}{p(x_2)}, \text{ etc...}$$

(Ces variations sont parfois notées :

$$x_2 - x_1 \quad Qx_1, \quad x_2 - x_3 \quad Qx_2, \text{ etc...})$$

La fonction  $Q(x)$  est comme pour la série discrète  $x_1, x_2, x_3$ , etc...  
Quelle est la relation entre  $Q(x)$  et  $\mu(x)$  ?

En vertu de la relation (2), nous pouvons écrire :

$$p(x_1) = e^{-\int_0^{x_1} \mu(x) dx} \quad \text{et} \quad p(x_2) = e^{-\int_0^{x_2} \mu(x) dx} = e^{-\int_0^{x_1} \mu(x) dx} \cdot e^{-\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx}$$

$$p(x_2) = e^{-\int_0^{x_1} \mu(x) dx} \cdot e^{-\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx} = p(x_1) \cdot e^{-\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx}$$

Il s'ensuit que :

$$Q(x_1) = \frac{p(x_1) \left[ 1 - e^{-\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx} \right]}{p(x_1)} = 1 - e^{-\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx}$$

Ce qui donne :

$$1 - Q(x) = e^{-\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx}$$

et, en prenant les logarithmes :

$$\text{Log} \left[ 1 - Q(x_1) \right] = - \int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx = - (x_2 - x_1) \mu(\alpha)$$

$\alpha$  étant un nombre compris entre  $x_1$  et  $x_2$ .

Si nous faisons l'hypothèse supplémentaire que la variation de  $\mu(x)$  est linéaire entre  $x_1$  et  $x_2$ , on peut facilement démontrer que  $\alpha$  est la valeur centrale de l'intervalle, c'est-à-dire :

$$\alpha = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

et nous avons finalement :

$$\mu\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = - \frac{1}{x_2 - x_1} \text{Log} \left[ 1 - Q(x_1) \right] \quad (3)$$

La relation (3) est ce que nous recherchions, c'est-à-dire une relation entre :

$Q(x)$  et  $\mu(x)$

Regardons d'un peu plus près la relation (3). Très souvent en démographie, la série  $x_1, x_2, x_3$ , etc... est une série quinquennale (intervalles de 5 ans).

La relation (3) s'écrit alors :

$$\mu(x + 2.5) = - \frac{1}{5} \text{Log} \left[ 1 - Q(x) \right]$$

ou, avec des notations plus usuelles :

$$\boxed{\mu(x + 2.5) = - \frac{1}{5} \text{Log} (1 - 5Qx)} \quad (4)$$

Si la série  $x_1, x_2, x_3$ , etc... est une série avec des intervalles d'un an, on a :



$$\mu(x + 0.5) = - \text{Log} (1 - lQx) \quad (5)$$

# FONCTIONS DECROISSANTES DISCONTINUES

Revenons à la difficulté fondamentale que nous avons rencontrée lorsque nous avons décrit le processus d'extinction d'une cohorte d'individus, du fait de la mortalité. Nous avons vu que cette extinction se traduit par une ligne discontinue du type de celle qui figure sur le graphique (1). Celle-ci représente les données du tableau (1)

TABLEAU (1)

## Extinction d'une cohorte de 100 individus nés au même instant

(Exemple imaginaire)

(	Age	:	:	:	:	:
(	(en jours)	:	Décès	:	Survivants	:
(	:	:	:	:	$\mu(x)$	:
(	(1)	:	(2)	:	(3)	:
(	:	:	:	:	(4)	:
(	:	:	:	:	:	:
(	0	:	:	:	100	:
(	20	:	1	:	99	:
(	55	:	1	:	98	:
(	70	:	1	:	97	:
(	77	:	1	:	96	:
(	80	:	1	:	95	:
(	140	:	1	:	94	:
(	162	:	1	:	93	:
(	170	:	1	:	92	:
(	220	:	1	:	91	:
(	226	:	1	:	90	:
(	:	:	:	:	:	:

Ao est le point de départ de la cohorte observée (ici, 100). De zéro à 20 jours, il n'y a pas de décès et la courbe est horizontale : AoA1. A 20 jours il y a un décès et la courbe est verticale A1A'1. De 20 à 55 jours, il n'y a pas de décès et la courbe est horizontale A'1A2. A 55 jours, il y a un décès et la courbe est verticale A2A'2 et ainsi de suite.

Considérons les points successifs  $A_0A_1A_2$ , etc... Ils peuvent être considérés comme représentant une fonction décroissante, qui n'est connue que pour la série discrète des valeurs de la variable apparaissant dans la première colonne du tableau (1) (c'est-à-dire 0 jour, 20 jours, 55 jours, 70 jours, etc...) et résultant d'un processus de décroissance dont le taux de décroissance est une fonction  $\mu_1(x)$  qui varie linéairement dans les intervalles successifs 0-20 jours, 20-55 jours, 55-70 jours, etc... A partir de la formule (3), il est possible de calculer  $\mu_1(x)$  au centre de chaque intervalle. Les résultats figurent dans la quatrième colonne du tableau (1). Autrement dit,  $\mu_1(x)$  est connu pour la série discrète de valeur de la quatrième colonne du tableau (1). Les points correspondant  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , etc... sont représentés dans le graphique (2). Une variation linéaire de  $\mu_1(x)$  dans les intervalles successifs peut consister en une succession de segments horizontaux passant par  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , etc... comme dans le graphique (2).

En résumé, un processus décroissant avec un taux de décroissance représenté par les segments horizontaux du graphique (2) engendrera une courbe continue de survie  $p_1(x)$  passant par les points  $A_0A_1A_2$ , etc...

Avant d'aller plus loin, il peut être utile de montrer à l'aide d'un exemple concret comment  $\mu_1(x)$  est calculé dans le tableau (1) à partir de la formule (3).

Il faut tout d'abord choisir une unité de temps. En démographie on utilise généralement l'année.

Regardons maintenant les deuxième et troisième ligne du tableau (1). Il y a un décès entre 20 et 55 jours, c'est-à-dire, dans une période de 35 jours. Nous avons :

$$p_1(20) = 99 \quad p_1(55) = 98$$

$$35Q_{20} = \frac{99 - 98}{99} = 0.01010$$

$$1 - 35Q_{20} = 1 - 0.01010 = 0.98990$$

$$\text{Log } (1-35Q20) = 0.01015$$

L'âge central de l'intervalle 20-55 jours est 37.5 jours et l'intervalle de 35 jours représente 0.09589 année, on obtient finalement :

$$\mu_1(37.5) = \frac{0.01015}{0.09589} = 0.1059$$

La courbe continue  $p_1(x)$  engendrée par  $\mu_1(x)$  du graphique (2) passe par  $A_0, A'_1, A'_2$ , etc... Comme elle est continue, elle prend des valeurs pour les âges situés dans chaque intervalle, mais si nous n'avons pas d'autres données que celles du tableau (1), ces valeurs n'ont absolument aucune signification.

#### UTILISATION DE LA NOTION DE PROBABILITE

Imaginons donc que nous observons un autre groupe de 100 individus, nés au même instant et sujets aux mêmes conditions de mortalité. Nous obtenons deux courbes  $\mu_2(x)$  et  $p_2(x)$  qui différeront de  $\mu_1(x)$  et  $p_1(x)$ .

En répétant cette observation un grand nombre de fois, nous aurons deux séries :

$$\begin{aligned} \mu_1(x), \mu_2(x), \mu_3(x), \dots \text{ etc...} \\ p_1(x), p_2(x), p_3(x), \dots \text{ etc...} \end{aligned}$$

et on a le sentiment qu'en prenant la moyenne  $\mu(x)$  de la première série, et la moyenne  $p(x)$  de la seconde série, on aura une meilleure mesure des conditions de mortalité.

Ceci nous conduit à une autre façon d'envisager un processus décroissant. Admettons l'existence d'une force de mortalité variant de façon continue avec l'âge et qui peut être représentée par une densité de probabilité  $\mu(x)$ . Cela signifie qu'à l'âge  $x$ , la probabilité de décéder dans l'intervalle  $x, x + dx$  est égale à  $\mu(x)dx$ .

Dans ce cas, la fonction :

$$p(x) = e^{-\int_0^x \mu(t) dt}$$

exprime la probabilité pour une personne à sa naissance d'être encore en vie à l'âge  $x$ . C'est une fonction continue décroissante. En observant l'extinction des groupes d'individus, nous avons obtenu, comme on l'a vu, les fonctions  $p_1(x)$ ,  $p_2(x)$ , etc..., qui ne coïncident pas avec  $p(x)$  mais dont la moyenne tend vers  $p(x)$  quand leur nombre augmente.

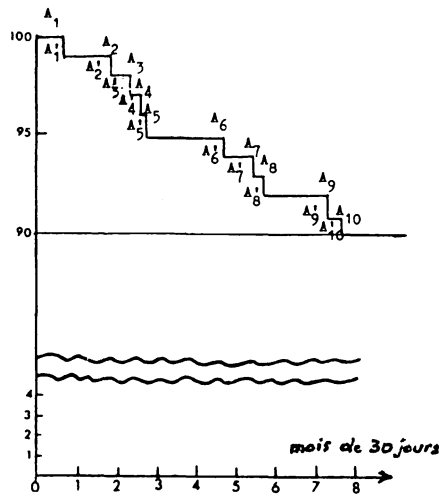
A partir des courbes  $p_1(x)$ ,  $p_2(x)$ ,  $p_3(x)$ , etc... il est possible de calculer une série de courbes  $\mu_1(x)$ ,  $\mu_2(x)$ ,  $\mu_3(x)$ , etc... dont chacune donne une représentation de  $\mu(x)$  et la moyenne de cette série tend vers  $\mu(x)$ .

Les données observées permettent de calculer  $p_1(x)$ ,  $p_2(x)$ ,  $p_3(x)$ , etc... tandis que les  $\mu_1(x)$ ,  $\mu_2(x)$ ,  $\mu_3(x)$ , etc... ne sont jamais observés directement. On les calcule en appliquant la formule (3).

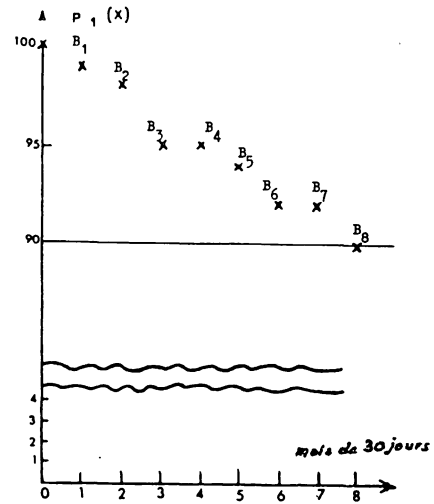
#### EFFETS DES REGROUPEMENTS DES AGES

Dans le tableau (1), on donne un exemple d'extinction d'une cohorte en donnant les décès individuellement. Les décès sont effectivement enregistrés un par un mais, dans les statistiques d'état-civil, ils sont regroupés par intervalle d'âge et la courbe de survie n'est connue qu'à la fin de ces intervalles. En général, les intervalles successifs ont la même amplitude. Revenons au tableau (1) et voyons ce qui se produit si les décès sont regroupés par mois. Nous arrivons alors au tableau (2) illustré par les graphiques (3) et (4). La courbe de survie n'est connue que pour une série de valeurs discrètes représentées sur le graphique (3) par les points  $A_0 B_1 B_2 B_3 \dots$  etc... A partir de la formule (3), il est possible de calculer la force de la mortalité au milieu de chacun des mois successifs. Les points  $\beta_1 \beta_2 \beta_3$ , etc... donnent une courbe  $\mu_1(x)$  qui engendre un processus décroissant passant par :

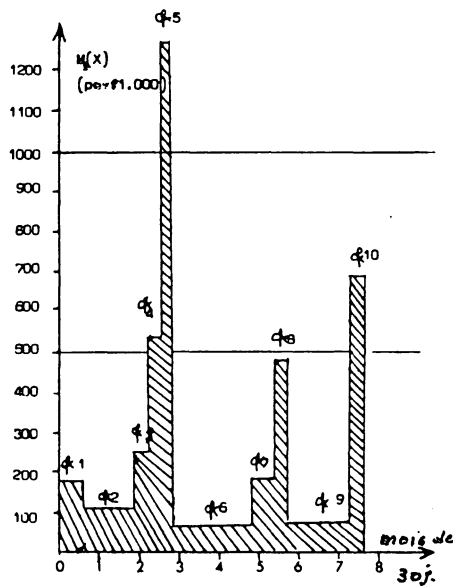
$A_0 B_1 B_2 B_3 \dots$  etc...



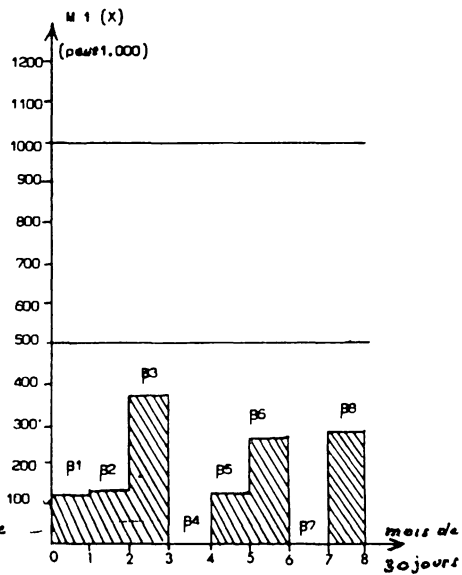
Graphique (1). Extinction d'une cohorte de 100 individus nés au même moment. (voir tableau 1)  
(décès figurant individuellement)



Graphique (3). Extinction d'une cohorte de 100 individus nés au même moment (voir tableau 2)  
(décès regroupés par mois de 30 jours)



Graphique (2). Force de mortalité correspondant au graphique (1) ci-dessus.



Graphique (4). Force de mortalité correspondant au graphique (3) ci-dessus.

TABLEAU (2)

Extinction d'une cohorte de 100 personnes nées au même instant  
(décès regroupés par mois de 30 jours)

(	:	:	:	:	:	)
(	Age	:	:	:	$\mu_1(x)$	)
(	(mois de	:	:	Courbe de	(pour 1000)	)
(	30 jours)	:	Décès	survie	(a)	)
(	(1)	:	(2)	(3)	(4)	(5)
(	:	:	:	:	:	)
(	0	:	1	:	100	:
(	1	:	1	:	99	:
(	2	:	3	:	98	:
(	3	:	0	:	95	:
(	4	:	1	:	95	:
(	5	:	2	:	94	:
(	6	:	0	:	92	:
(	7	:	2	:	92	:
(	8	:	:	:	90	:
(	:	:	:	:	:	)

a)  $\mu_1(x)$  est calculé à partir de la formule (3) comme suit :

Prenons le mois N° 2 durant lequel il y a trois décès. Nous avons :

$$p(2) = 98 \quad p(3) = 95$$

$$\text{un mois } Q2 = \frac{98 - 95}{98} = 0.03061$$

et

$$1 - \text{un mois } Q2 = 1 - 0.03061 = 0.96939$$

$$- \text{Log } (1 - \text{un mois } Q2) = 0.031088$$

un mois de 30 jours représente 0.082192 années.

$$\mu(2.5) = \frac{0.031088}{0.082192} = 0.3782$$

La comparaison des graphiques (2) et (4) montre qu'en regroupant les décès par intervalle d'âge, le phénomène n'est pas aussi bien décrit que quand les décès sont considérés individuellement. La fonction continue de survie  $p_1(x)$  correspondant au  $\mu_1(x)$  du graphique (3) passe par  $A_0B_1B_2B_3$  etc... mais, comme c'est une fonction continue, elle donne également les valeurs intermédiaires entre ces points. Si nous disposons seulement des données du tableau (2), ces valeurs intermédiaires n'ont absolument aucune signification. Mais, si nous considérons que le tableau (1) donne uniquement une des matérialisations d'un univers de possibilités, il est possible de définir une fonction de survie  $p(x)$  qui peut être considérée comme la moyenne des fonctions  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$ ,  $P_3(x)$ , etc... que l'on obtiendrait en observant d'autres groupes de 100 individus sujets aux mêmes conditions sanitaires. A partir de  $p(x)$  cela signifie que quand une fonction  $p_n(x)$  est donnée, il faut également donner l'écart-type et ceci est également vrai en ce qui concerne la fonction  $\mu_n(x)$  correspondante. Il en est rarement ainsi en pratique.

Pour  $\mu_n(x)$ , il serait facile de calculer l'écart-type, car les valeurs successives prises par cette fonction  $x$  varie, peuvent être considérées comme indépendantes. En ce qui concerne  $p_n(x)$ , le calcul serait plus compliqué, car, pour un âge donné  $x$ ,  $p_n(x)$  dépend des valeurs prises entre la naissance et l'âge  $x$ . Un modèle de simulation pourrait donner la solution.

#### ALLURE DE $\mu(x)$

Il est utile d'avoir une idée de l'allure générale de  $\mu(x)$  et  $p(x)$ . Au début de la vie, la force de la mortalité est élevée, ensuite elle décroît, passe par un minimum, puis croît de nouveau.

Si nous mettons en ordonnées le logarithme de  $\mu(x)$ , nous avons la même allure générale, et entre, disons, 45 et 80 ans, on observe une ligne presque parfaitement droite, cet ajustement est connu sous le nom de Loi de Comperetz. Le tableau (3) donne un exemple de table de mortalité. Il est extrait de la série de tables-types de mortalité de Coale et Demeny et donne les différentes

fonctions de la table de mortalité pour le sexe masculin et le sexe féminin.

Le graphique (5) montre les variations de  $\mu(x)$  pour le sexe féminin et le graphique (6) donne une représentation de  $\log \mu(x)$ . On voit nettement l'ajustement par une droite de 45 à 80 ans.

#### ALLURE DE $\mu(x)$ AUX AGES TRÈS ÉLEVÉS

Que pouvons-nous dire au-delà de 80 ans ? Il existe très peu d'observations sur la mortalité aux âges élevés. Certes les tables de mortalité fournissent des données au-delà de 80 ans jusqu'à un âge très avancé tel que 105 ans, mais il faut remarquer que ces données sont toujours le résultat d'extrapolations par un ajustement linéaire de  $\log \mu(x)$ .

Plus exactement, l'ajustement n'est pas obtenu à partir de  $\mu(x)$ , mais de  ${}_1Qx$ , c'est-à-dire la probabilité, à l'âge  $x$  de décéder entre  $x$  et  $x + 1$  (rappelons que l'année est l'unité de mesure du temps).

${}_1Qx$  est lié à  $\mu(x)$  par la formule (5)

$$\mu(x + 0.5) = -\log (1 - {}_1Qx)$$

Au-dessous de 80 ans, la différence entre  $\mu(x + 0.5)$  et  ${}_1Qx$  est très faible et un ajustement linéaire à partir de  $\log {}_1Qx$  coïncide pratiquement avec un ajustement linéaire à partir de  $\log \mu(x + 0.5)$ . En extrapolant cet ajustement linéaire, nous admettons que la relation entre l'âge et la mortalité que l'on observe, disons entre 45 et 80 ans, reste vraie au-delà de 80 ans. Mais, bien sûr, une telle relation ne peut pas reposer sur la probabilité  ${}_1Qx$ . Cela reviendrait à favoriser étrangement la probabilité de mourir au cours d'une année et une question viendrait immédiatement à l'esprit : pourquoi une année, et pas deux ans ou une demi-année ? S'il existe une relation, il faut la vérifier à partir de  $\mu(x)$  et, non  ${}_1Qx$ .

La ligne extrapolée coupe la droite d'ordonnée 1 à un certain âge  $W$ . Si nous considérons que cette ligne représente  ${}_1Qx$ , cela signifie que  ${}_1QW = 0$



Tableau 3. Table type du Modèle Ouest, niveau 17.

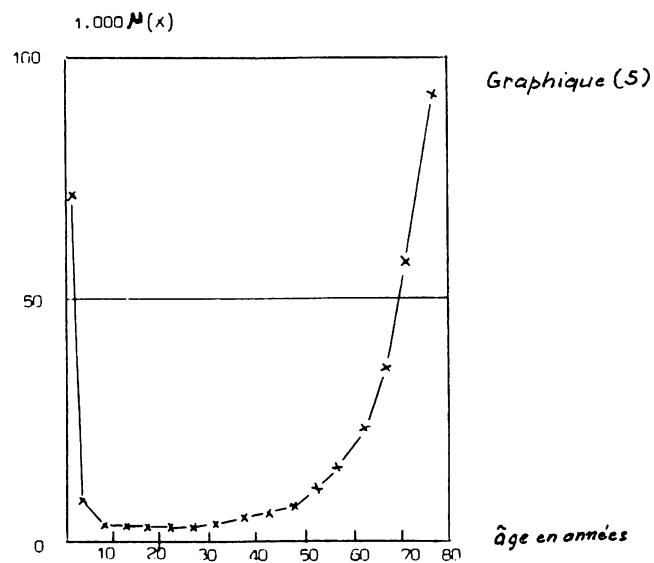
Femmes

AGE(X)	1000 Q(X)	D(X)	1000 M(X)	I(X)	L(X)	P(X)	T(X)	E(X)	AGE(X)
0	70.66	7066	74.54	100000	94785.3	0.91708*	6000000.0	60.000	0
1	33.15	3081	8.47	92934	363754.5	0.97441**	5905214.6	63.542	1
5	10.97	985	2.21	89854	446804.9	0.99024	5541460.1	61.672	5
10	8.54	759	1.71	88868	442444.7	0.98950	5094655.1	57.328	10
15	12.48	1099	2.51	88110	437800.0	0.98553	4652210.4	52.800	15
20	16.50	1435	3.33	87010	431463.4	0.98223	4214410.4	48.436	20
25	19.06	1631	3.85	85575	423798.1	0.97953	3782947.0	44.206	25
30	21.90	1839	4.43	83944	415124.5	0.97633	3359148.9	40.016	30
35	25.47	2092	5.16	82106	405299.1	0.97218	2944024.4	35.857	35
40	30.24	2419	6.14	80014	394021.8	0.96600	2538725.3	31.728	40
45	37.89	2940	7.72	77595	380623.3	0.95502	2144703.5	27.640	45
50	52.34	3908	10.75	74655	363504.0	0.93775	1764080.1	23.630	50
55	72.70	5144	15.09	70747	340876.1	0.90968	1400576.1	19.797	55
60	109.32	7172	23.13	65603	310088.1	0.86524	1059700.0	16.153	60
65	163.33	9544	35.57	58432	268299.6	0.79681	749611.9	12.829	65
70	250.82	12262	57.36	48888	213784.6	0.69691	481312.3	9.845	70
75	372.85	13656	91.66	36626	148989.3	0.44309***	267527.7	7.304	75
80	1000.00	22970	193.78	22970	118538.8	0.	118538.4	5.161	80

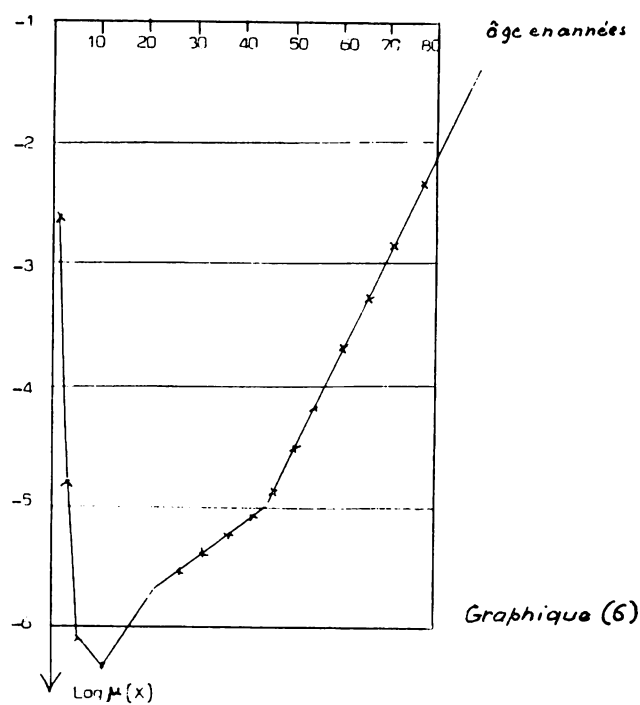
Hommes

AGE(X)	1000 Q(X)	D(X)	1000 M(X)	I(X)	L(X)	P(X)	T(X)	E(X)	AGE(X)
0	86.21	8621	91.83	100000	93882.1	0.90214*	5647390.1	56.474	0
1	34.96	3195	8.94	91379	357189.0	0.97174**	5553507.9	60.775	1
5	11.79	1040	2.37	88184	438322.5	0.98969	5196318.9	58.926	5
10	8.81	768	1.77	87145	433804.5	0.98872	4757996.4	54.599	10
15	13.78	1190	2.78	86377	428909.5	0.98338	4324191.9	50.062	15
20	19.50	1661	3.94	85187	421781.2	0.97982	3895282.3	45.726	20
25	20.87	1743	4.22	83526	413270.5	0.97770	3473501.1	41.586	25
30	23.76	1943	4.81	81782	404054.6	0.97370	3060230.6	37.419	30
35	28.90	2307	5.86	79839	393429.0	0.96688	2656176.0	33.269	35
40	37.47	2905	7.64	77532	380399.0	0.95632	2262746.9	29.185	40
45	50.13	3741	10.28	74627	363783.1	0.93998	1882347.9	25.223	45
50	70.42	4992	14.60	70886	341950.3	0.91563	1518564.8	21.423	50
55	99.38	6548	20.91	65894	313100.1	0.87938	1176614.5	17.856	55
60	144.21	8558	31.08	59346	275333.4	0.82702	863514.4	14.551	60
65	206.59	10492	46.08	50788	227706.4	0.75305	588180.9	11.581	65
70	297.81	12000	69.98	40295	171474.4	0.65050	360474.5	8.946	70
75	423.10	11972	107.33	28295	111544.5	0.40982***	189000.1	6.680	75
80	1000.00	16323	210.74	16323	77456.2	0.	77455.7	4.745	80

\* P (naissance), \*\* P(0-4), \*\*\* T(80)/T(75)



Force de mortalité  $\mu(x)$  ou  $\log \mu(x)$  pour une table-type de mortalité du Sexe féminin (Modèle Ouest, Niveau 17) tirée de A.J. COALE et P. DEMENY, *op. cit.* page 18.



et qu'il n'y a pas de survie à l'âge  $W + 1$ . Autrement dit,  $W + 1$  est la limite supérieure de la vie humaine. Dans ce cas, la formule (5) montre que

$(W + 0.5) = +\infty$ . Autrement dit,  $\mu(x)$  a une asymptote verticale.

Au contraire, si nous considérons que la droite représente  $\mu(x)$ , l'âge  $W$  ne diffère pas des autres, étant donné que  $\mu(x)$  peut être supérieur à 1.

En pratique, les tables de mortalité sont presque toujours calculées, en considérant que la droite d'extrapolation représente  $l_0x$  et elles admettent donc qu'il y a une limite à la durée de la vie humaine. Il s'ensuit que, dans ces tables,  $\mu(x)$  s'écarte de la droite après 80 ans et, pour les âges très élevés, cette fonction atteint des valeurs très élevées et tend vers l'infini à l'âge limite.

En utilisant une méthode très ingénieuse, P. VINCENT<sup>(6)</sup> est arrivé à étudier expérimentalement la mortalité au-delà de 85 ans. La courbe  $\mu(x)$  correspondante portée sur un graphique à échelle logarithmique suggère que l'ajustement linéaire est encore valide au-dessus de 80 ans, au moins jusqu'à l'âge le plus élevé observé jusqu'ici qui est de l'ordre de 107 ans pour les deux sexes. Bien sûr, nous ne pouvons pas être sûrs que l'ajustement linéaire sera valable indéfiniment.  $\mu(x)$  pourrait prendre brusquement des valeurs très élevées. Les données observées dont nous disposons ne permettent pas par conséquent de décider s'il y a ou non une limite à la durée de la vie humaine. Pour des raisons pratiques seulement, nous admettrons qu'une telle limite existe. Mais il faut avoir à l'esprit que si cette hypothèse facilite les calculs, ce n'est pas un résultat expérimental \*. Nous désignerons par  $W$ , cet âge limite pratique, pour lequel  $\mu(x)$  tend vers  $+\infty$ .

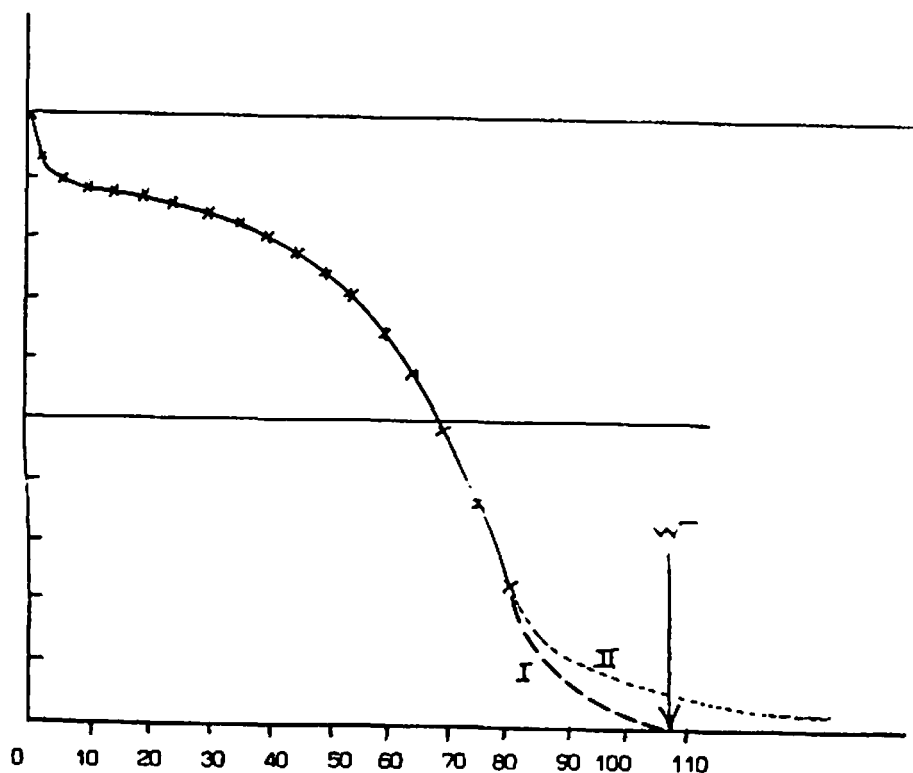
#### ALLURE DE $p(x)$

Passons maintenant à  $p(x)$ . Nous avons vu que la dérivée du logarithme de  $p(x)$  est égale à  $-\mu(x)$ . Par conséquent, si nous utilisons une transformation logarithmique de  $p(x)$ , c'est-à-dire, si nous portons en abscisse  $\log p(x)$  au lieu de  $p(x)$ , la pente de la tangente de la courbe représentant  $\log p(x)$  est

---

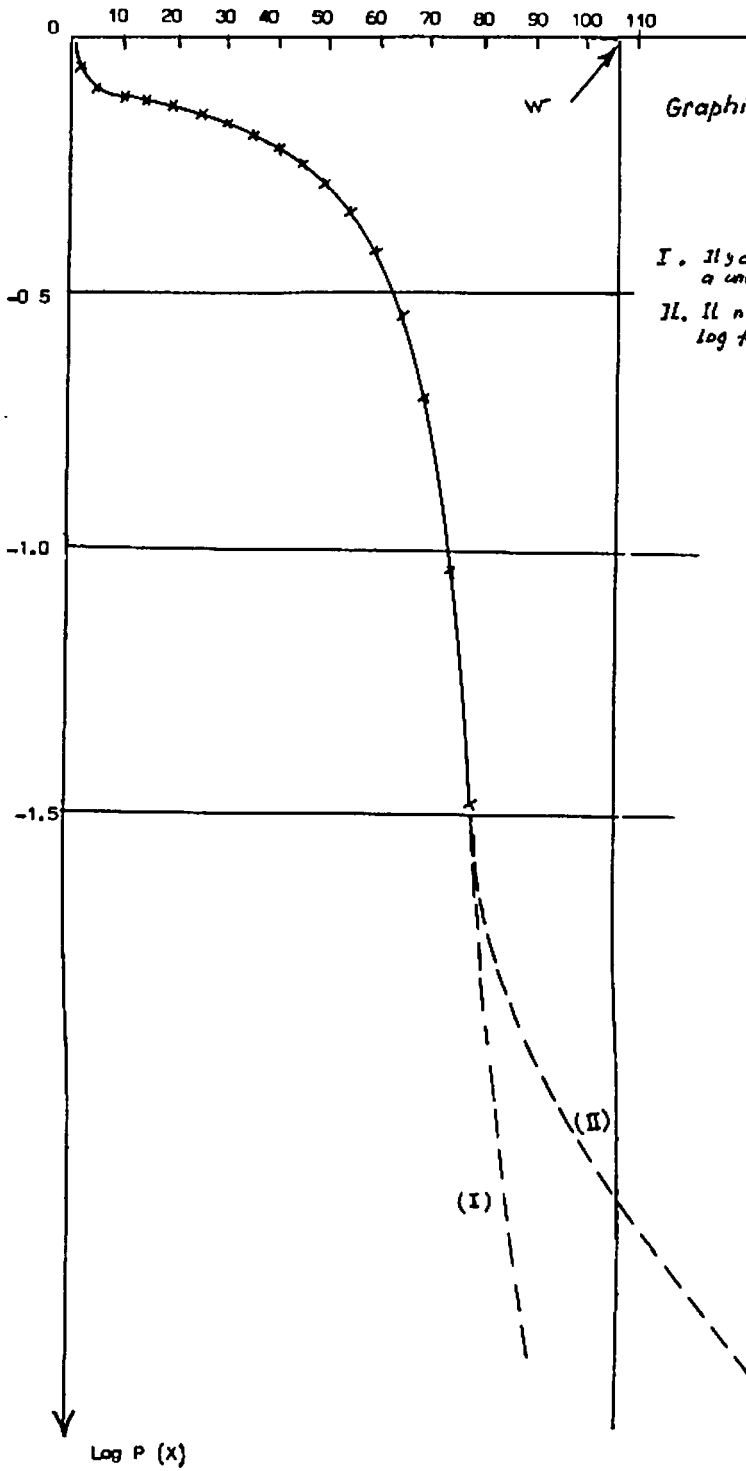
\* Au contraire les données expérimentales sembleraient indiquer qu'une telle limite n'existe pas.

égale à  $-u(x)$ . Au début de la vie, cette pente est négative et élevée en valeur absolue. Cette valeur absolue décroît alors jusqu'à l'âge où  $u(x)$  atteint son minimum. Après cet âge, la valeur absolue de la pente s'accroîtra de nouveau. En d'autres termes, le minimum de  $u(x)$  correspond à un point d'inflexion de  $p(x)$ . Et, comme pour  $u(x)$ , on trouve une asymptote verticale à l'âge  $W$ . S'il n'y a pas d'âge limite,  $p(x)$  ne sera jamais égal à zéro et la courbe continuera à décroître, mais sans asymptote. Le graphique (7) représente  $p(x)$  et le graphique (8) représente  $\log p(x)$  pour la table type de mortalité du graphique (5).



Graphique (7). Courbe de survie  $p(x)$  pour une table-type du sexe féminin  
(Modèle Ouest, niveau 17) tirée de A.J. COLE et P. DEMENY op.cit. p.18.

- I. Il y a une limite supérieure de la vie humaine  $p(W) = 0$ .
- II. Il n'y a pas de limite supérieure de la vie humaine,  $p(x)$  décroît indéfiniment et l'axe des abscisses est une asymptote.



Graphique (8). Courbe de survie,  $\text{Log } p(x)$ , pour une table-type du sexe féminin (Mo. de l'Est, niveau 17), tirée de A.J. COALE et P. DEMENY op. cit. p. 18.

- I. Il y a une limite supérieure de la vie humaine -  $\text{Log } p(x)$  a une asymptote verticale.
- II. Il n'y a pas de limite supérieure de la vie humaine -  $\text{Log } p(x)$  décroît indéfiniment sans asymptote.

#### GENERALISATION A D'AUTRES EVENEMENTS DEMOGRAPHIQUES

Le même type d'analyse peut être étendu à d'autres événements démographiques : nuptialité, fécondité, migrations et il est toujours possible de définir des courbes continues représentant les variations de ces phénomènes avec l'âge (ou avec un autre caractère démographique, tel que, par exemple, la durée de mariage). Mais il faut remarquer que ces courbes instantanées ne sont jamais observées en pratique et, que, par conséquent, il faut donner les formules qui permettent de calculer la valeur instantanée quand on connaît les valeurs pour un intervalle fini.

Si nous étudions des événements non-renouvelables tels que des décès, qui ne peuvent affecter qu'une seule fois un même individu, nous aurons des formules où apparaît le logarithme népérien comme dans l'équation (3). Si nous étudions des événements renouvelables, comme les naissances, qui peuvent affecter plusieurs fois la même femme, les formules sont beaucoup plus simples. La probabilité d'observer un événement dans l'intervalle de temps,  $x$ ,  $x + n$  est égale à  $n$  fois la probabilité instantanée d'observer un événement au milieu de l'intervalle.

Pour la fécondité :

$$nFx = n \times f\left(x + \frac{n}{2}\right)$$

La composition par âge fournit un autre exemple d'une courbe connue seulement pour une succession d'intervalles discrets. En raisonnant de la même façon, nous admettrons qu'il existe une fonction continue,  $c(x)$ , telle que le

nombre d'individus d'âge compris entre  $x$  et  $x + dx$  soit égal à  $c(x)dx$ .

Remarquons que  $c(0)$  est évidemment égal au taux brut de natalité, et qu'à l'âge  $W$ , on a  $c(W) = 0$ . En utilisant une échelle logarithmique, cela veut dire que  $\log c(x)$  a une asymptote verticale à l'âge  $W$ .

#### RETOUR A LA POPULATION MALTHUSIENNE

Nous pouvons maintenant revenir à la définition d'une population malthusienne. C'est une population où  $\mu(x)$  - et, bien entendu,  $p(x)$  - et  $c(x)$  sont constants.

- 1)  $c(0)$  = taux de natalité =  $b$  = constant ;
- 2) Si des probabilités constantes de décès par âge sont appliquées à une composition par âge constante, le taux brut de mortalité est constant ( $d$  = constante).
- 3) La différence  $b-d = r$ , taux de variation est également constante. Par conséquent, une population malthusienne est une population croissante avec un taux constant  $r$  (ou décroissante avec un taux constant,  $r$ , si  $r$  est négatif)
- 4) Le taux brut de natalité,  $b$ , étant constant, et la population croissante avec un taux constant, il s'ensuit que le nombre de naissance s'accroît avec un taux constant.

Si  $N(0)$  est la population à l'instant 0, la population à l'instant  $t$  sera  $N(0)e^{rt}$ .

Le nombre de naissances à l'instant 0 est  $bN(0)$  et à l'instant  $t$ , il est de  $bN(0)e^{rt}$ .

A l'instant  $t$ , les individus dont l'âge est compris entre  $x$  et  $x + dx$  sont au nombre de  $N(0)e^{rt} c(x)dx$ , mais ce sont aussi les survivants parmi les individus nés entre  $t-x$  et  $t-x-dx$  qui sont au nombre de :

$$bN(0)e^{r(t-x)} p(x) dx$$

et nous avons :

$$bN(o)e^{r(t-x)}p(x)dx = N(o)e^{rt}c(x)dx$$

d'où l'on déduit :

$$\boxed{c(x) = be^{-rx}p(x)} \quad (6)$$

Si  $f(x,t)$  est la fonction de fécondité (qui n'est pas forcément constante), nous pouvons calculer comme suit, le nombre de naissances à l'instant  $t$  :

$$N(o)e^{rt} \int_u^v c(x) f(x,t) dx = bN(o)e^{rt}$$

$u$  et  $v$  étant les âges de début et de fin de l'intervalle de reproduction mais, comme :

$c(x) = be^{-rx}p(x)$ , nous avons :

$$N(o)e^{rt}b \int_u^v e^{-rx}p(x) f(x,t) dx = bN(o)e^{rt}$$

et finalement :

$$\boxed{\int_u^v e^{-rx}p(x) f(x,t) dx = 1} \quad (7)$$

Ces formules montrent qu'il est possible de parler d'une population dont la mortalité et la répartition par âge sont constantes. Ces deux conditions sont compatibles et il y a des populations malthusiennes.

Si nous prenons la dérivée de (6), nous avons :

$$c'(x) = -bre^{-rx}p(x) + be^{-rx}p'(x)$$

ce que l'on peut écrire :

$$-\frac{c'(x)}{c(x)} = -r + \frac{p'(x)}{p(x)}$$



et finalement :

$$\boxed{-\frac{c'(x)}{c(x)} = \mu(x) + r} \quad (8)$$

### ALLURE DE $c(x)$

Nous pouvons maintenant donner quelques précisions sur l'allure de  $c(x)$ . Nous représentons la courbe  $\mu(x)$  sur le graphique (9). A l'âge  $a_m$ ,  $\mu(x)$  atteint son minimum et est égal à  $\mu(a_m)$ .

- 1) Si  $r$  est supérieur à  $-\mu(a_m)$ ,  $\mu(x) + r$  est positif et  $\frac{c'(x)}{c(x)}$  est négatif,  $c(x)$  est alors une courbe décroissante.
- 2) Si  $r$  est inférieur à  $-\mu(a_m)$ , la courbe  $\mu(x) + r$  coupe l'axe des abscisses en deux points,  $a_1$  et  $a_2$  (graphique 10).
  - i) de 0 à  $a_1$ ,  $\frac{c'(x)}{c(x)}$  est négatif et  $c(x)$  décroît.
  - ii) de  $a_1$  à  $a_2$ ,  $\mu(x) + r$  est négatif,  $\frac{c'(x)}{c(x)}$  est positif et  $c(x)$  croît.
- 3) Au-dessus de  $a_2$ ,  $\mu(x) + r$  est positif ;  $\frac{c'(x)}{c(x)}$  est négatif et  $c(x)$  décroît.

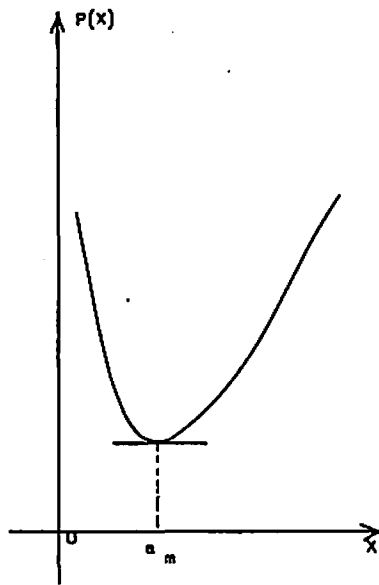
Ceci nous donne l'allure représentée sur le graphique (11). Dans les populations humaines,  $a_1$  est toujours très voisin de 0, et n'apparaît pas dans les calculs pratiques.

### LES DEUX FAÇONS DE CLASSER LES POPULATIONS MALTHUSIENNES

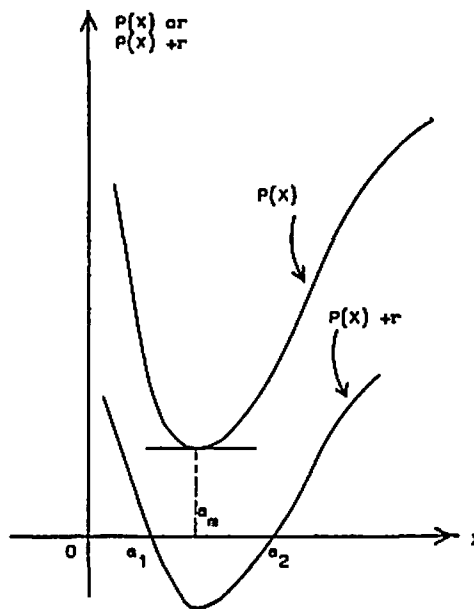
Il y a une seule et unique population malthusienne pour toute combinaison de  $p(x)$  et de  $r$ , à condition que  $p(x)$  soit une fonction monotone décroissante, telle que  $p(0) = 1$  et  $p(W) = 0$ .

Que pouvons-nous dire à propos d'une combinaison de  $c(x)$  et de  $r$  ?

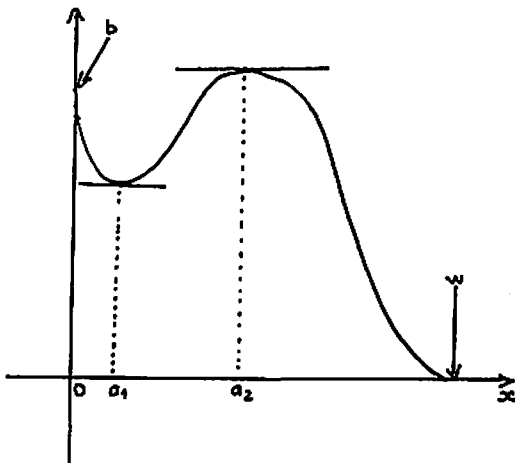
Tout d'abord  $c(x)$  doit remplir certaines conditions :



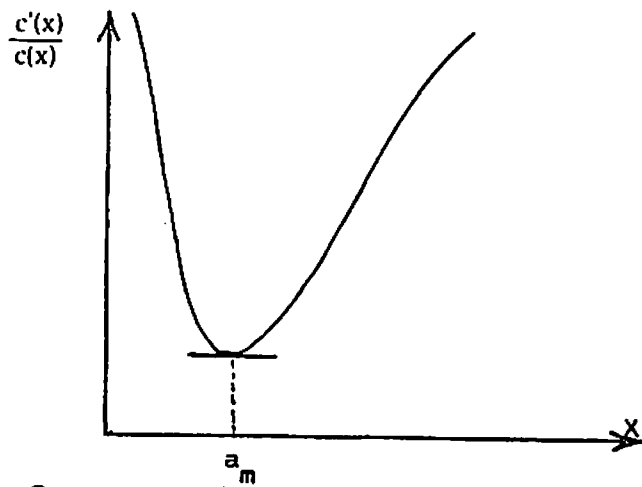
Graphique (9)



Graphique (10)



Graphique (11)



Graphique (12)

(1)  $c(0) = b$  et la plus grande valeur possible pour  $b$  serait 1 au cas où toutes les femmes donneraient naissance à un enfant (cas, évidemment très irréaliste).

(2)  $c(W) = 0$

(3)  $c(x)$  doit être une fonction monotone décroissante ou une fonction positive avec un minimum suivi d'un maximum.

Nous avons vu que  $-\frac{c'(x)}{c(x)} - r = \mu(x)$

Il s'ensuit que  $-\frac{c'(x)}{c(x)}$  présente la forme du graphique (12) et  $\mu(x)$  doit être positif, (c'est une  $c(x)$  densité de probabilité). Il s'ensuit que  $r$  doit être inférieur à  $-\frac{c'(am)}{c(am)}$ .

Pour toute courbe  $c(x)$ , il y a une limite supérieure de  $r$  pour qu'il soit compatible avec  $c(x)$ . Les tableaux ci-dessous résument les explications précédentes.

Dans le premier tableau,  $p(x)$  est donné et, pour toute valeur de  $r$ , il y a une population malthusienne et une seule correspondant à  $p(x)$ . Il y a une population malthusienne et une seule dans chaque case du tableau.

Dans le second tableau,  $c(x)$  est donné et pour chaque  $c(x)$ , il y a une limite supérieure pour  $r$  qui ne peut pas se trouver dans les zones grisées. Les populations malthusiennes se trouvent seulement dans les cases blanches.

Evidemment, les populations malthusiennes des deux tables sont les mêmes. Elles représentent seulement deux façons différentes de classer les mêmes populations.



DEFINITION DE LA POPULATION STABLE

Voyons tout d'abord la première méthode de classification. LOTKA fait l'hypothèse supplémentaire suivante : la fonction de fécondité est constant

L'équation (7) s'écrit alors :

$$\int_u^v e^{-rx} p(x) f(x) dx = 1$$

Etant donné l'allure de  $f(x)$  dans l'espèce humaine, il est facile de voir que cette équation en  $r$  n'a qu'une seule racine réelle. Pour cette valeur de  $r$ , dans le tableau (4), il y a dans la case située à l'intersection de  $p(x)$  et de  $\rho$ , une population malthusienne et une seule. Lotka appelle cette population malthusienne population stable.

Considérons plus en détail l'existence de la racine réelle  $\rho$ .

L'intégrale :

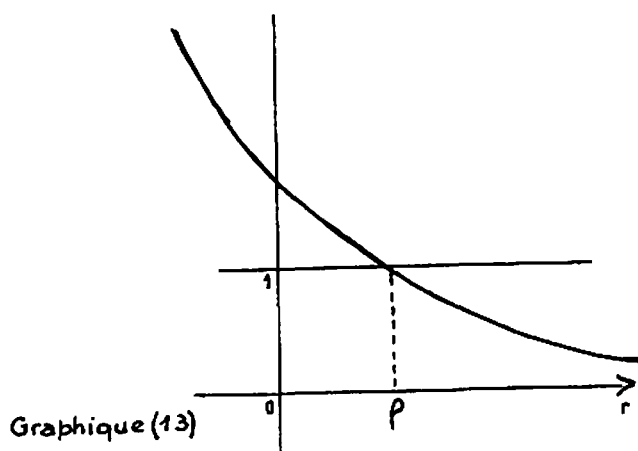
$$I(r) = \int_u^v e^{-rx} p(x) f(x) dx$$

est une fonction positive.

La dérivée :

$$\frac{dI(r)}{dr} = - \int_u^v e^{-rx} x p(x) f(x) dx$$

est négative. C'est donc une fonction positive décroissante. Quand  $r$  augmente indéfiniment,  $e^{-rx}$  tend vers zéro et  $I(r)$  tend vers zéro. Quand  $r$  décroît indéfiniment,  $e^{-rx}$  tend vers  $+\infty$ . Il s'ensuit que  $I(r)$  a l'allure figurant au graphique (13).



Il n'y a qu'un point d'ordonnée 1 , par conséquent une seule valeur  $r = p$ . Le graphique montre que l'on peut avoir une valeur quelconque pour  $p$  quand  $f(x)$  varie. Cela signifie que toutes les populations malthusiennes figurant sur la ligne correspondant à  $p(x)$  peuvent être considérées comme des populations stables, et quand  $p(x)$  varie, c'est la même chose pour une autre ligne. Par conséquent, les populations malthusiennes et les populations stables sont les mêmes. En fait, il y a une infinité de façons de considérer une population malthusienne donnée comme une population stable.

Considérons la population malthusienne  $H(r1)$  correspondant à la combinaison de  $p1(x)$  et  $r1$  de l'équation :

$$\int_u^v p1(x) \phi(x) e^{-r1x} dx = 1$$

Il y a une infinité de fonctions  $\phi 1(x), \phi 2(x), \dots$  qui vérifient cette équation.

Toutes les combinaisons :

$[p1(x), \phi 1(x)]$  ,  $[p1(x), \phi 2(x)]$  , etc...  
correspondent à la population stable  $H(r1)$ .

Donc, une troisième façon de classer les populations malthusiennes, comme dans le tableau (6) vient immédiatement à l'esprit.

Tableau 6 . Troisième façon de classer les populations malthusiennes  
toutes les fonctions  $\varphi(x)$  possibles

toutes les fonctions $p(x)$ possibles		$\varphi_1(x)$	$\varphi_2(x)$	$\varphi_3(x)$	etc
	$p_1(x)$				
	$p_2(x)$				
	$p_3(x)$				
	etc				

Ce n'est pas une bonne méthode de classement. Comme dans les deux précédentes, il y a dans chaque case, une population malthusienne et une seule, qui est la population stable correspondant au couple  $p(x)$ ,  $\varphi(x)$ , mais une même population malthusienne peut se retrouver dans des cases différentes.

#### LA POPULATION MASCULINE

Jusqu'ici, nous avons considéré la population féminine. Faisons les hypothèses supplémentaires que le rapport de masculinité à la naissance est constant (il y a  $m$  naissances de garçons pour 1 naissance de filles) et que les fonctions de mortalité sont également constantes pour le sexe masculin.

Le nombre de naissances féminines à l'instant  $t$  est donné par :

$$B_b(t) = B_b N_b(o) e^{rt}$$

Il s'ensuit que le nombre de naissances masculines est égal à :

$$B_m(t) = b_m N_b(o) e^{rt}$$

La composition par âge de la population masculine à l'instant  $t$  est donnée par :

$$C_m(x|t) = \frac{m b_b N_b(o) e^{rt} e^{-rx} p_m(x)}{m b_b N_b(o) e^{rt} \int_0^w e^{-rx} p_m(x) dx} = \frac{e^{-rx} p_m(x)}{\int_0^w e^{-rx} p_m(x) dx}$$

Elle ne dépend pas de  $t$  et est constante. Par conséquent, la population masculine est également malthusienne et a le même taux d'accroissement  $r$ .

Le nombre de femmes d'âge  $x$  est égal à :

$$b_b N_b(o) e^{rt} e^{-rx} p_b(x)$$

Le nombre d'hommes d'âge  $x$  est égal à :

$$m b_b N_b(o) e^{rt} e^{-rx} p_m(x)$$

Le rapport de masculinité à l'âge  $x$  est donc :

$$\frac{m p_m(x)}{p_b(x)}$$

Il ne dépend pas de  $r$ .

#### LES POPULATIONS STABLES CONSIDEREES COMME LA LIMITE D'UN PROCESSUS DEMOGRAPHIQUE EVOLUTIF

Considérons une population réelle. En général, la fonction de mortalité et la fonction de fécondité féminine varient dans le temps. A un instant donné  $t$ , elles sont représentées par :

$$p_b(.,xt) ; p_m(x,t) ; \text{ et } O(x,t)$$

et, en général, à l'instant  $t$ , la population n'est pas malthusienne.

Supposons maintenant qu'après l'instant  $t$ , les trois fonctions demeurent constantes au niveau atteint à cet instant  $t$ . Un processus démographique évolutif se déroule. On peut démontrer que ce processus évolutif tend vers la population stable correspondant aux trois fonctions  $p_b(x,t) ; p_m(x,t) ; O(x,t)$ .



En d'autres termes, lorsque  $T$  est suffisamment grand, à l'instant  $t + T$ , la population coïncide avec  $H(p)$ .

$T$  dépend des caractéristiques de la population à l'instant où l'on suppose que la mortalité et la fécondité restent constantes. Une question vient immédiatement à l'esprit : peut-il y avoir une population pour laquelle  $T$  est égal à zéro ?

On peut démontrer que si une telle population existe, elle a dû conserver au cours du temps une répartition constante par âge, et on peut également démontrer que la proposition inverse est vraie, c'est-à-dire que si une population conserve une répartition par âge constante dans le temps, cette population coïncide à tout instant avec la population stable correspondant aux fonctions de mortalité et de fécondité à cet instant.

#### THEOREME DE LA POPULATION SEMI-STABLE

Considérons une évolution démographique (A) où la mortalité, la fécondité et la répartition par âge varient dans le temps. A l'instant  $t$ , la composition par âge est  $c(x-t)$ . Les caractéristiques de la mortalité et de la fécondité sont telles qu'elles donnent à l'instant  $t + dt$ , une composition par âge ;  $c(x, t + dt)$  différente de  $c(x-t)$ .

Il s'ensuit que si, à l'instant  $t$ , les caractéristiques de la mortalité et de la fécondité cessent de se modifier, il se produit une évolution démographique (B) qui tendra vers un état stable où la répartition par âge différera de  $c(x,t)$ . Au minimum, on observera le passage de  $c(x,t)$  à  $c(x,t + dt)$  et l'intervalle  $T$  sera au moins égal à  $dt$ .

Autrement dit, pour avoir un intervalle  $T$  égal à zéro, il est nécessaire que dans l'évolution (B), les caractéristiques de la mortalité et de la fécondité à l'instant  $t$  n'aient aucun effet sur la répartition par âge  $c(x,t)$ . La répartition par âge  $c(x, t + dt)$  doit nécessairement être la même que  $c(x,t)$ . Cela signifie qu'un intervalle  $T$  égal à zéro implique une répartition par âge constante.

On peut facilement démontrer que cette condition nécessaire est également suffisante. Considérons une évolution démographique (C) où la répartition par âge demeure constante.  $c(x)$  n'est plus une fonction du temps. La population à l'instant  $t$  est représentée par  $N(t)$  et le nombre de personnes d'âge compris entre  $x$  et  $x + dx$  est égal à  $N(t)c(x)dx$ . Calculons le nombre de survivants parmi ces personnes à l'instant  $t + dt$

#### 1er CALCUL

A l'instant  $t + dt$ , la population est égale à :

$$N(t) \left[ 1 + r(t)dt \right]$$

$r(t)$  étant le taux d'accroissement à l'instant  $t$ , Les survivants sont âgés de  $x + dt$  à  $x + dx + dt$  et leur nombre est donc égal à :

$$c(x + dt) N(t) \left[ 1 + r(t)dt \right] dx$$

#### 2è CALCUL

En appliquant la fonction de survie à l'instant  $t$ , le nombre de survivants est égal à :

$$N(t) c(x)dx \frac{p(x + dt, t)}{p(x, t)}$$

En rapprochant les résultats des deux calculs, on obtient :

$$N(t) \left[ 1 + r(t)dt \right] c(x + dt)dx = N(t)c(x)dx \frac{p(x + dt, t)}{p(x, t)}$$

ce qui donne :

$$\frac{c(x + dt)}{c(x)} \left[ 1 + r(t)dt \right] = \frac{p(x + dt, t)}{p(x)}$$

 (10)

Mais :

$$c(x + dt) = c(x) + c'(x)dt$$

$$\text{et } p(x + dt, t) = p(x, t) + p'_x(x, t)dt$$

En reportant ces expressions dans l'équation (10) on obtient :

$$\left[ \frac{c(x) + c'(x)dt}{c(x)} \right] \left[ 1 + r(t)dt \right] = \frac{p(x, t) + p'_x(x, t)dt}{p(x, t)}$$

et en négligeant les termes d'ordre deux, il vient :

$$\boxed{\frac{c'(x)}{c(x)} + r(t) = \frac{p'_x(x, t)}{p(x, t)}} \quad (11)$$

C'est la relation fondamentale dans une population stable. Cela signifie que, dans l'évolution démographique (C),  $c(x)$  est la répartition par âge de la population stable correspondant à  $p(x, t)$  et  $r(t)$ . Autrement dit, l'intervalle  $T = 0$ .

Je propose d'appeler les populations à répartition par âge constante "populations semi-stables".

Pour une répartition par âge constante donnée,  $c(x)$ , les populations semi-stables sont toutes les populations malthusiennes de la ligne correspondant à  $c(x)$  dans le second mode de classification les populations malthusiennes. La fonction de mortalité et le taux d'accroissement varient avec le temps, mais à tout instant  $t$ , nous avons la relation :

$$p(x, t) = \frac{c(x)}{c(0)} e^{r(t)x}$$

et la fonction de fécondité vérifie la relation :

$$\int_u^v f(x, t) c(x) dx = c(0) = \text{taux de natalité.}$$

Dans la première et la seconde façon de classer les populations malthusiennes, les populations sont identiques. Ce qui change, c'est seulement l'endroit où l'on place une population. Il s'ensuit que les notions de population malthusienne, population stable et population semi-stable sont seulement trois façons de considérer le même ensemble de populations.

#### RETOUR A LA REALITE

Pendant très longtemps, on a considéré que la population stable était un outil purement théorique, même si on le définit comme la limite d'un processus démographique évolutif.

On est revenu au monde réel grâce à la notion de population semi-stable quand on a découvert que la plupart des populations des pays en voie de développement évoluaient en conservant une répartition par âge presque constante. Il est donc apparu que le processus semi-stable serait la règle dans les populations en voie de développement. Il s'ensuit que, à un temps donné quelconque, la relation algébrique entre la mortalité, la répartition par âge, le taux d'accroissement et la fécondité que l'on trouve dans une population malthusienne peut s'appliquer aux populations des pays en voie de développement.

#### FORMULES DE BASE

Il est intéressant de donner ici les formules fondamentales reliant les différentes fonctions d'une population malthusienne.

Nous en avons déjà donné deux :

$$c(x) = be^{-rx} p(x) \quad (6)$$

$$-\frac{c'(x)}{c(x)} = r + \mu(x) \quad (8)$$

Si l'on fait intervenir la répartition des décès par âge,  $d(x)$ , on peut ajouter trois autres formules .

Les décès d'âge compris entre  $x$  et  $x + dx$  sont au nombre de  $c(x) \mu(x) dx$ .

Par ailleurs, ce nombre est égal à  $d x d(x)$ ,  $d$  étant le taux brut de mortalité. Par conséquent :

$$c(x) \mu(x) = d x d(x) \quad (12)$$

Mais :

$$\mu(x) = - \frac{c'(x)}{c(x)} - r$$

Et :

$$c(x) \mu(x) = -c'(x) - rc(x)$$

Nous avons donc :

$$\boxed{- \frac{c'(x)}{d(x)} = r \frac{c(x)}{d(x)} + d} \quad (13)$$

A partir de (12), nous pouvons écrire :

$${}_b e^{-rx} p(x) \mu(x) = d x d(x)$$

ou :

$$\boxed{\frac{d}{b} e^{rx} = \frac{p(x) \mu(x)}{d(x)}} \quad (14)$$

La formule (14) peut également s'écrire :

$$\frac{d}{b} e^{rx} d(x) = -p'(x)$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{d}{b} \int_x^w e^{rx} dx = p(x) \quad (15)$$

Pour  $x = 0$ , nous avons :

$$\frac{d}{b} \int_0^w e^{rx} dx = p(0) = 1 \quad (16)$$

En divisant (15) par (16), on obtient :

$$p(x) = \frac{\int_x^w d(x) e^{rx} dx}{\int_0^w d(x) e^{rx} dx} \quad (17)$$

Dans une population semi-stable, ces formules permettent de calculer certaines fonctions quand d'autres fonctions sont connues. Voyons quelques exemples.

1)  $c(x)$  est connu :

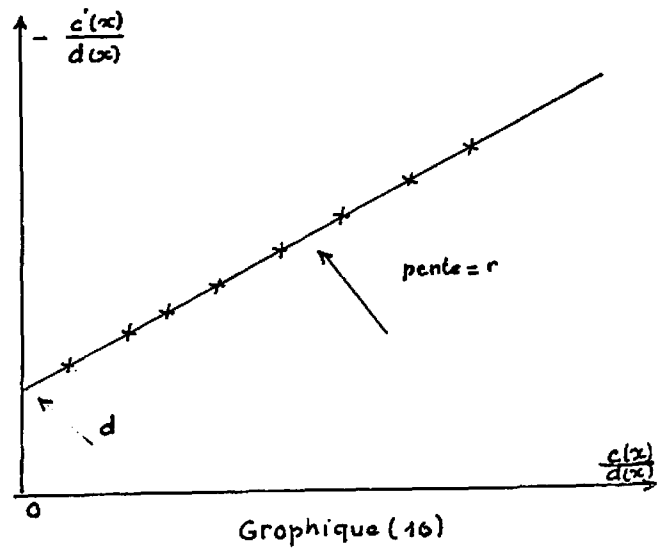
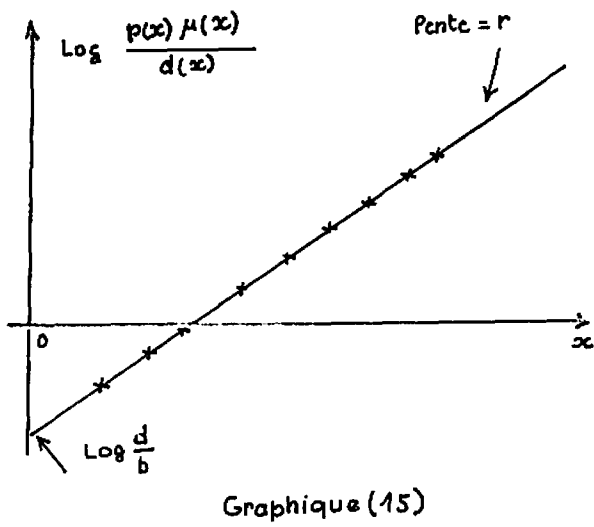
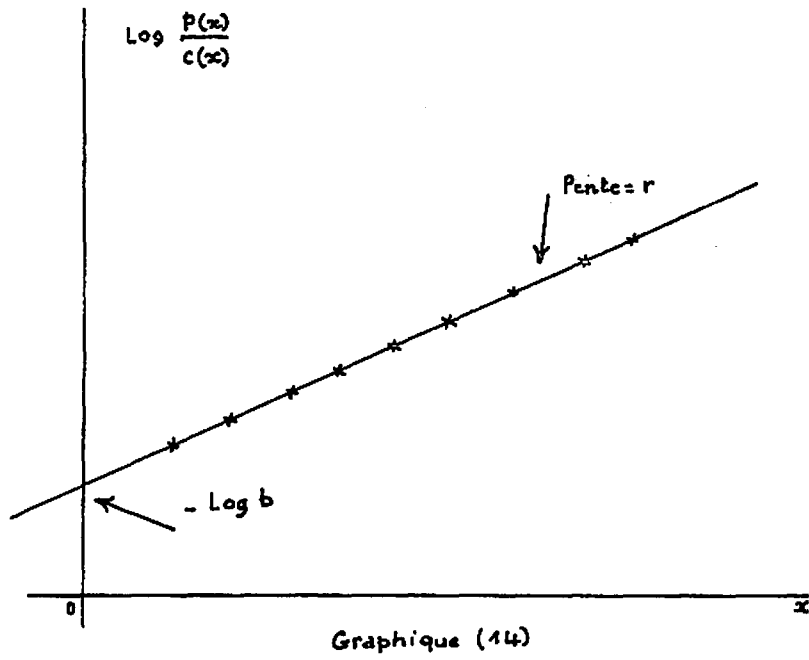
On distinguera deux cas :

a)  $r$  est également connu,  $p(x)$  est obtenu à partir de la formule (6), mise sous la forme :

$$\boxed{p(x) = \frac{c(x) e^{rx}}{b}} \quad (18)$$

b)  $p(x)$  est connu,  $r$  est obtenu également à partir de la formule (6) en prenant le logarithme :

$$\boxed{\text{Log} \frac{p(x)}{c(x)} = rx - \text{Log } b.}$$



Pour chaque âge  $x$ , nous avons une valeur de  $r$ .

Si nous avons une série d'âges, par exemple les groupes quinquennaux successifs, nous les portons sur un graphique avec  $x$  en abscisse et  $\text{Log} \frac{p(x)}{c(x)}$  en ordonnée, ce qui donne une série de points alignés. La pente de la droite est égale à  $r$  et son ordonnée à l'origine est égale à  $-\text{Log} b$  (voir graphique 14).

2)  $d(x)$  est connu :

On distinguera également deux cas :

a)  $r$  est connu,  $p(x)$  est obtenu à partir de la formule (17).

b)  $p(x)$  est connu (ainsi, évidemment que  $\mu(x)$ ),  $r$  est obtenu à partir de la formule (14).

En prenant le logarithme, nous avons :

$$\text{Log} \frac{d}{b} + rx = \text{Log} \frac{M(x)p(x)}{d(x)}$$

En portant  $x$  en abscisse et  $\text{Log} \frac{M(x)p(x)}{d(x)}$  en ordonnée, nous obtenons encore une ligne droite (graphique 15).

3)  $c(x)$  et  $d(x)$  sont connus

$r$  est obtenu à partir de la formule (13). En portant  $\frac{c(x)}{d(x)}$  en abscisse et  $-\frac{c'(x)}{d(x)}$  en ordonnée, nous obtenons une droite de pente  $r$  et dont l'ordonnée à l'origine est  $d$ . (Graphique 16)

#### LA POPULATION STABLE ASSOCIEE A UN ENSEMBLE DE TABLES TYPES DE MORTALITE

Le concept de population semi-stable, comme celui de population stable ou celui de population malthusienne est un concept mathématique et les propriétés des populations semi-stables sont établies par des méthodes mathématiques. Il se trouve que les populations des pays en voie de développement se rapprochent



de populations semi-stables et il apparaît que le modèle mathématique représente fort bien des populations réelles.

Le concept de population quasi-stable est différent. C'est un concept expérimental qui est étroitement lié aux tables types de mortalité. Quand un ensemble de tables types de mortalité fut calculé pour la première fois par les Nations-Unies <sup>7</sup> dans les années 50 et plus tard à l'"Office of Population Research" de l'Université de Princeton <sup>8</sup> (les séries de modèles de Coale et Demeny), on a calculé des populations stables. Il y a, en général, deux séries de populations stables rattachées à une série de tables types de mortalité. La première correspond à ce que nous avons appelé la première façon de classer les populations malthusiennes. Les séries de  $p(x)$  sont combinées avec des séries de  $r$ . Dans les travaux de Coale et Demeny, on constate que, par exemple pour la série de tables types du Modèle Ouest, on a 24 tables de mortalité pour lesquelles l'espérance de vie à la naissance pour le sexe féminin croît régulièrement de 20 à 77.5 années : 20.0, 22.5, 25.0, etc... et chacune de ces tables de mortalité est combinée avec une série de taux d'accroissement. Ce qui nous donne, en fait, des populations malthusiennes plutôt que des populations stables. La répartition par âge de la population et celle des décès sont données pour chaque sexe, ainsi que les taux bruts de natalité et de mortalité. Les tableaux (7) et (8) donnent des exemples de ces populations stables pour le niveau (17) de mortalité du modèle de mortalité Ouest (espérance de vie à la naissance égale à 60 ans pour les femmes et à 56.5 pour les hommes). Les fonctions de survie féminine et masculine de ces tables sont combinées à 13 valeurs de  $r$  allant de  $-0.010$  à  $+ 0.050$ .

La seconde série de populations stables correspond à ce que nous avons appelé la troisième façon de classer les populations malthusiennes. Une série de  $p(x)$  est combinée avec une série de fonctions de fécondité  $f(x)$ . Nous avons dit plus haut que ce n'est pas un très bon critère de classification, parce que des combinaisons différentes de  $p(x)$  et  $f(x)$  peuvent conduire à la même population malthusienne. Mais, d'une façon générale, on pallie cet inconvénient en choisissant de façon adéquate l'allure des différentes fonctions  $f(x)$ . Dans les séries de Coale et Demeny, la répartition par âge de  $f(x)$  reste constante et seule la somme des  $f(x)$  varie (cette somme est égale au taux brut de reproduction). On a une série de 13 taux bruts de reproduction allant de 0.8 à

6.0 combinés avec les 24 tables de mortalité et on donne la répartition par âge de la population et celle des décès. Les tableaux (9) et (10) donnent des exemples de ces populations stables pour le niveau (17) de mortalité du Modèle Ouest de mortalité.

En fait, on a utilisé plusieurs formes de fonction de fécondité, mais de telle façon que, combinées avec les séries de  $p(x)$ , elles conduisent aux mêmes populations stables. Cela illustre ce qui a été dit plus haut : des combinaisons différentes de  $p(x)$  et  $f(x)$  peuvent donner la même population stable.

Il est intéressant d'étudier ce point un peu plus en détail. L'équation fondamentale est :

$$\int_u^v e^{-rx} p(x) f(x) dx = 1$$

La racine réelle de cette équation est  $p$ , taux d'accroissement de la population stable. Si nous introduisons la répartition par âge de  $f(x)$  :

$$F(x) = \frac{f(x)}{\int_u^v f(x) dx} = \frac{f(x)}{R}$$

$R$  étant le taux brut de reproduction L'équation fondamentale peut s'écrire :

$$R \int_u^v e^{-rx} p(x) F(x) dx = 1$$

Dans les modèles de Coale et Demeny, on utilise quatre fonctions  $F(x)$  :  $F_1(x)$ ,  $F_2(x)$ ,  $F_3(x)$ ,  $F_4(x)$ . Pour chacune de ces fonctions,  $R$  est calculé de façon que chacune des quatre fonctions de fécondité  $f(x)$  donne la même population malthusienne quand on la combine avec une fonction donnée de mortalité. Chaque fonction  $F(x)$  est caractérisée dans les modèles de Coale et Demeny par l'âge moyen de la mère à la naissance : 27, 29, 31, 33 années. Il y a finalement quatre séries de taux bruts de reproduction. Le premier, qui correspond à un âge moyen de 29 ans figure à la portée supérieure des tables, les trois autres figurent en bas de page (3è à 5è lignes de la troisième

partie des tables).

### LE CONCEPT DE POPULATION QUASI-STABLE

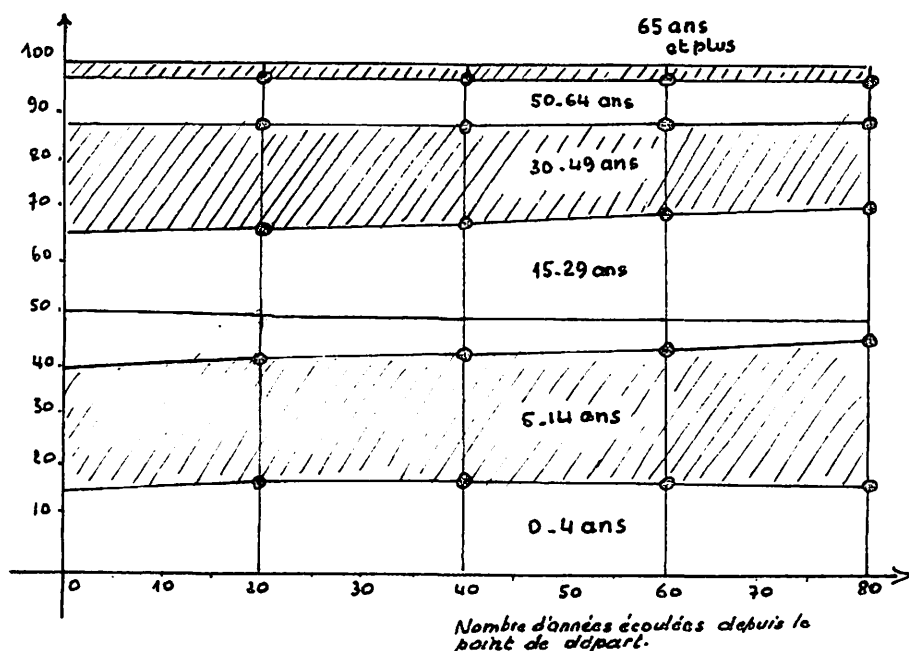
En regardant la seconde série de populations stables, on constate que la répartition par âge de la population ne dépend pas beaucoup de la mortalité. Cette observation conduit à penser qu'une population dont la fécondité reste constante et dont la mortalité évolue conformément à une série de modèles de tables de mortalité, peut avoir une répartition par âge qui ne varie pas beaucoup. Les calculs suivants confirment cette idée.

Le point de départ est une population stable obtenue en combinant un Taux Brut de Reproduction de 3.000 avec le niveau 5 de mortalité féminine du Modèle Ouest de Coale et Demeny (avec la fonction de fécondité caractérisée par un âge moyen de 29 ans). On suppose que la fécondité reste constante et que la mortalité évolue dans le cadre du Modèle Ouest féminin. L'espérance de vie à la naissance augmente de 2.5 années par période quinquennale successive, de façon à passer de 30 à 70 ans.

Voici le résultat : la répartition par âge n'a pas trop varié, et, à chaque instant, la répartition par âge coïncide presque parfaitement avec celle de la population stable que l'on pourrait calculer à ce point. Les tableaux (11) et (12) et le graphique (17) donnent les détails de cette projection. L'effectif de la population y est multiplié par 7.74, le taux brut de mortalité passe de 31.3 ‰ à 5.4 ‰, le taux brut de natalité diminue légèrement, passant de 45.9 ‰ à 41.7 ‰ et le taux d'accroissement naturel passe de 14.6 ‰ à 36.3 ‰.

Cette projection peut être considérée comme très proche d'une simulation d'un processus semi-stable. D'autres calculs effectués en utilisant d'autres séries de tables types de mortalité, donnent les mêmes résultats, que l'on peut résumer comme suit : Le calcul expérimental montre qu'une population qui garde une fécondité constante et dont la mortalité évolue dans le cadre d'une série de tables types de mortalité évolue d'une façon très voisine d'un processus semi-stable. Nous proposons d'appeler une telle évolution processus quasi-stable.

C'est donc un processus expérimental qui dépend de la série de tables types adoptée. Jusqu'ici l'affirmation ci-dessus a été vérifiée avec les séries



Graphique (17) - Composition par âge de la population

Point de départ : Population stable du sexe féminin obtenue en combinant la table type de mortalité de niveau (5) du Modèle Ouest de Coale et Demeny avec un Taux Brut de Reproduction égal à 3.0 (op. cit. page 82).

Projection : La fécondité reste constante (TBR = 3.0) et la mortalité évolue conformément au Modèle Ouest, en augmentant d'un niveau tous les 5 ans.

Observation : Composition par âge de la population stable correspondant aux fonctions démographiques du moment.

de modèles utilisés, mais il n'est pas exclu qu'elle devienne inexacte si l'on dispose d'une nouvelle série de tables types de mortalité.

Si nous ne nous intéressons pas à l'effectif de la population, nous pouvons remplacer la projection par la série de populations stables et nous pouvons dire que, si la fécondité reste constante et que la mortalité évolue dans le cadre d'une série de tables-types de mortalité, la population passe par les différents modèles de population stable correspondant à la série des tables-types de mortalité.

Nous comprenons maintenant pourquoi les populations des pays en voie de développement ont évolué jusqu'ici avec une composition par âge presque inchangée. La raison est que, jusqu'ici la fécondité n'a pas beaucoup changé et que la baisse de la mortalité s'est faite conformément à des séries de tables types de mortalité. La projection ci-dessus montre que, dans un tel processus, le taux brut de natalité diminue légèrement. Une constance parfaite de la composition par âge impliquerait donc un léger accroissement de la fécondité.

Devant une population à composition par âge presque constante, nous avons par conséquent le choix entre les deux types suivants de raisonnement :

1) La population a suivi un processus semi-stable et nous appliquons les formules décrites ci-dessus.

2) La population a suivi un processus quasi-stable, c'est-à-dire que la fécondité est restée constante et que la mortalité a évolué conformément à une série de tables-types de mortalité. Il est alors possible de trouver dans une série de populations stables construites à partir de la série de tables-types de mortalité, celle qui coïncide avec la population observée. Les paramètres de cette population stable sont ceux de la population observée.

Le premier raisonnement est indépendant de toute hypothèse quant à la mortalité, tandis que, dans le second, les résultats dépendent du modèle de mortalité adopté pour déterminer la population stable.

En pratique, on adoptera les deux méthodes et on aboutira à des résultats différents. Mais c'est seulement en accumulant des résultats différents que la vérité émergera peu à peu.

Tableau 7a . Populations stables

Proportions d'individus d'âge x, proportions cumulées jusqu'à l'âge x et indices divers, pour différents taux d'accroissement naturel.

Modèle Ouest

Sexe féminin

Niveau de mortalité : 17

AGE	R=	-10.00	-5.00	0.	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00	45.00	50.00
0 -1		1.08	1.31	1.58	1.87	2.20	2.55	2.92	3.31	3.72	4.15	4.59	5.03	5.49
1 -4		4.25	5.11	6.06	7.10	8.23	9.41	10.66	11.94	13.25	14.59	15.92	17.26	18.59
5 -9		5.46	6.42	7.45	8.53	9.66	10.81	11.98	13.11	14.22	15.30	16.34	17.31	18.23
10-14		5.69	6.52	7.37	8.24	9.10	9.93	10.72	11.45	12.12	12.72	13.25	13.69	14.06
15-19		5.91	6.61	7.30	7.95	8.56	9.11	9.60	10.00	10.33	10.57	10.73	10.82	10.83
20-24		6.13	6.68	7.19	7.64	8.03	8.33	8.56	8.70	8.76	8.74	8.66	8.51	8.32
25-29		6.33	6.73	7.06	7.32	7.50	7.59	7.61	7.54	7.40	7.21	6.96	6.68	6.36
30-34		6.52	6.76	6.92	7.00	6.99	6.90	6.74	6.52	6.24	5.93	5.58	5.22	4.85
35-39		6.69	6.76	6.75	6.66	6.49	6.25	5.96	5.62	5.25	4.86	4.44	4.07	3.69
40-44		6.83	6.74	6.57	6.32	6.00	5.64	5.24	4.82	4.39	3.96	3.55	3.16	2.79
45-49		6.94	6.68	6.34	5.95	5.52	5.05	4.58	4.11	3.65	3.22	2.81	2.44	2.10
50-54		6.97	6.54	6.06	5.54	5.01	4.48	3.96	3.46	3.00	2.58	2.20	1.86	1.56
55-59		6.87	6.29	5.68	5.07	4.47	3.89	3.36	2.86	2.42	2.03	1.69	1.39	1.14
60-64		6.57	5.86	5.17	4.50	3.87	3.29	2.76	2.30	1.90	1.55	1.26	1.01	0.81
65-69		5.98	5.20	4.47	3.80	3.18	2.64	2.16	1.76	1.41	1.13	0.89	0.70	0.55
70-74		5.01	4.25	3.56	2.95	2.41	1.95	1.56	1.23	0.97	0.75	0.58	0.44	0.34
75-79		3.67	3.04	2.48	2.00	1.60	1.26	0.98	0.76	0.58	0.44	0.33	0.25	0.18
80+		3.11	2.50	1.98	1.54	1.19	0.91	0.69	0.51	0.38	0.28	0.20	0.15	0.11
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		1.08	1.31	1.58	1.87	2.20	2.55	2.92	3.31	3.72	4.15	4.59	5.03	5.49
5		5.33	6.42	7.64	8.98	10.42	11.96	13.57	15.25	16.98	18.73	20.51	22.29	24.07
10		10.79	12.84	15.09	17.51	20.08	22.77	25.54	28.36	31.20	34.04	36.85	39.61	42.31
15		16.48	19.36	22.46	25.75	29.18	32.70	36.26	39.81	43.33	46.76	50.09	53.30	56.35
20		22.39	25.97	29.76	33.70	37.74	41.81	45.85	49.81	53.65	57.33	60.82	64.12	67.20
25		28.52	32.65	36.95	41.35	45.77	50.14	54.41	58.51	62.41	66.07	69.48	72.63	75.51
30		34.85	39.38	44.01	48.67	53.27	57.74	62.01	66.05	69.81	73.28	76.44	79.31	81.88
35		41.36	46.14	50.93	55.67	60.26	64.64	68.76	72.57	76.06	79.21	82.03	84.53	86.73
40		48.05	52.90	57.69	62.33	66.75	70.89	74.71	78.18	81.30	84.07	86.49	88.60	90.42
45		54.89	59.64	64.25	68.64	72.75	76.53	79.95	83.00	85.69	88.03	90.04	91.76	93.21
50		61.83	66.32	70.60	74.60	78.27	81.58	84.53	87.11	89.34	91.25	92.85	94.20	95.31
55		68.80	72.86	76.66	80.14	83.28	86.06	88.49	90.57	92.34	93.82	95.05	96.06	96.88
60		75.67	79.15	82.34	85.21	87.75	89.95	91.84	93.44	94.76	95.85	96.74	97.45	98.02
65		82.24	85.01	87.51	89.71	91.61	93.24	94.61	95.74	96.66	97.40	98.00	98.46	98.83
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux natalité ‰		11.34	13.84	16.67	19.83	23.30	27.07	31.11	35.38	39.87	44.54	49.36	54.31	59.37
Taux mortalité ‰		21.34	18.84	16.67	14.83	13.30	12.07	11.11	10.38	9.87	9.54	9.36	9.31	9.37
TBR (2) (1)		0.901	1.031	1.180	1.349	1.540	1.757	2.002	2.279	2.592	2.945	3.343	3.792	4.297
TBR (29) (1)		0.890	1.030	1.190	1.373	1.583	1.823	2.098	2.410	2.766	3.172	3.633	4.157	4.751
TBR (31) (1)		0.880	1.028	1.200	1.399	1.629	1.894	2.201	2.554	2.960	3.428	3.964	4.580	5.286
TBR (33) (1)		0.870	1.027	1.210	1.425	1.677	1.970	2.313	2.713	3.179	3.722	4.352	5.084	5.934
Age moyen pop.		41.07	38.50	35.96	33.49	31.12	28.87	26.76	24.80	22.98	21.33	19.81	18.44	17.29
Prop. 15-44 (2) (3)		38.41	40.28	41.79	42.89	43.57	43.83	43.69	43.19	42.37	41.27	39.95	38.46	36.85
Taux nat./pop 15-44		0.030	0.034	0.040	0.046	0.053	0.062	0.071	0.082	0.094	0.108	0.124	0.141	0.161
Pop. 0-14/pop. 15-44 (4)		0.139	0.159	0.183	0.209	0.239	0.273	0.311	0.353	0.401	0.454	0.513	0.580	0.653
Pop. 15-14/pop. 50+ (5)		0.118	0.138	0.160	0.184	0.209	0.236	0.262	0.290	0.317	0.345	0.372	0.399	0.425
Pop. de dépend. (6)		0.690	0.673	0.670	0.682	0.707	0.747	0.799	0.865	0.944	1.037	1.144	1.265	1.401
Taille moy. pop.		86.178	72.273	60.000	50.439	42.918	36.943	32.149	28.263	25.082	22.454	20.260	18.613	16.845
B(0) ≤ 4														

(1) . Taux brut de reproduction (âges moyens de fécondité : 27, 29, 31, 33 ans - (2) proportion d'individus du groupe d'âge 15-44 - (3) taux de natalité rapporté à la population du groupe d'âge 15-44 - (4) rapport entre les effectifs des groupes d'âge 04 et 15-44 - (5) rapport entre les effectifs du groupe d'âge 5-14 et la population âgée de 50 ans et plus - (6) rapport de dépendance : rapport entre la somme des effectifs de 0-14 ans et de 60 ans et plus et les effectifs de 15-59 ans.

Tableau 7b . Populations stables

Proportions de décès à l'âge x, proportions de décès jusqu'à l'âge x et indices divers, pour différents taux d'accroissement naturel.

Modèle Ouest

Sexe féminin

Niveau de mortalité : 17

AGE	R=	-10.00	-5.00	0.	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00	45.00	50.00
0 -1		3.79	5.21	7.07	9.42	12.30	15.72	19.61	23.86	28.30	32.76	37.07	41.12	44.81
1 -4		1.69	2.30	3.08	4.05	5.23	6.60	8.13	9.77	11.45	13.09	14.63	16.02	17.24
5 -9		0.57	0.75	0.99	1.27	1.60	1.97	2.38	2.79	3.20	3.58	3.91	4.19	4.43
10-14		0.46	0.59	0.76	0.95	1.17	1.41	1.66	1.90	2.12	2.31	2.46	2.57	2.64
15-19		0.70	0.88	1.10	1.35	1.62	1.90	2.17	2.43	2.64	2.81	2.92	2.98	2.98
20-24		0.96	1.18	1.44	1.71	2.01	2.30	2.57	2.80	2.97	3.08	3.12	3.10	3.03
25-29		1.14	1.38	1.63	1.90	2.17	2.42	2.64	2.80	2.91	2.94	2.91	2.82	2.68
30-34		1.36	1.59	1.84	2.09	2.33	2.53	2.69	2.79	2.82	2.78	2.68	2.54	2.35
35-39		1.62	1.86	2.09	2.32	2.52	2.67	2.77	2.80	2.76	2.66	2.50	2.30	2.09
40-44		1.97	2.20	2.42	2.61	2.77	2.87	2.90	2.86	2.75	2.58	2.37	2.13	1.89
45-49		2.52	2.74	2.94	3.10	3.20	3.23	3.19	3.07	2.87	2.63	2.35	2.06	1.78
50-54		3.52	3.74	3.91	4.02	4.05	3.99	3.83	3.60	3.29	2.94	2.56	2.19	1.84
55-59		4.87	5.04	5.14	5.16	5.07	4.87	4.57	4.18	3.73	3.24	2.76	2.30	1.89
60-64		7.14	7.21	7.17	7.01	6.72	6.30	5.76	5.14	4.47	3.80	3.15	2.56	2.05
65-69		10.00	9.84	9.54	9.10	8.50	7.77	6.94	6.04	5.12	4.24	3.43	2.72	2.12
70-74		13.50	12.96	12.26	11.40	10.39	9.27	8.07	6.84	5.66	4.57	3.61	2.79	2.13
75-79		15.81	14.80	13.66	12.38	11.01	9.57	8.13	6.73	5.43	4.28	3.29	2.49	1.84
80+		28.38	25.72	22.97	20.16	17.35	14.61	12.00	9.61	7.51	5.73	4.27	3.12	2.24
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		3.79	5.21	7.07	9.42	12.30	15.72	19.61	23.86	28.30	32.76	37.07	41.12	44.81
5		5.48	7.51	10.15	13.47	17.54	22.33	27.75	33.63	39.75	45.84	51.70	57.14	62.06
10		6.05	8.26	11.13	14.74	19.14	24.30	30.13	36.42	42.94	49.42	55.61	61.32	66.46
15		6.50	8.86	11.89	15.69	20.31	25.71	31.78	38.32	45.06	51.73	58.07	63.90	69.17
20		7.20	9.74	12.99	17.04	21.92	27.61	33.96	40.75	47.71	54.54	60.99	66.87	72.08
25		8.16	10.92	14.43	18.75	23.93	29.90	36.52	43.55	50.68	57.62	64.12	69.98	75.11
30		9.31	12.30	16.06	20.65	26.10	32.32	39.16	46.35	53.59	60.56	67.02	72.79	77.79
35		10.66	13.89	17.89	22.74	28.42	34.86	41.85	49.14	56.41	63.34	69.70	75.33	80.15
40		12.29	15.75	19.99	25.06	30.94	37.53	44.62	51.94	59.17	66.00	72.20	77.63	82.24
45		14.26	17.95	22.41	27.67	33.71	40.40	47.52	54.80	61.91	68.58	74.57	79.76	84.11
50		16.78	20.69	25.35	30.77	36.91	43.63	50.71	57.86	64.79	71.21	76.92	81.82	85.89
55		20.30	24.43	29.25	34.78	40.95	47.61	54.54	61.46	68.08	74.14	79.48	84.01	87.73
60		25.18	29.47	34.40	39.94	46.02	52.48	59.11	65.64	71.80	77.39	82.24	86.31	89.62
65		32.32	36.68	41.57	46.95	52.74	58.78	64.87	70.78	76.28	81.18	85.39	88.88	91.67
70		42.32	46.52	51.11	56.05	61.24	66.55	71.81	76.81	81.40	85.42	88.83	91.60	93.79
75		55.82	59.48	63.37	67.45	71.64	75.82	79.87	83.66	87.06	90.00	92.44	94.40	95.92
80		71.62	74.28	77.03	79.84	82.65	85.39	88.00	90.39	92.49	94.27	95.73	96.88	97.76
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux Natalité ‰		11.34	13.84	16.67	19.83	23.30	27.07	31.11	35.38	39.87	44.54	49.36	54.31	59.37
Taux Mortalité ‰		21.34	18.84	16.67	14.83	13.30	12.07	11.11	10.38	9.87	9.54	9.36	9.31	9.37
T.M. au dessus de 1		20.69	18.07	15.74	13.70	11.94	10.44	9.19	8.15	7.30	6.62	6.08	5.66	5.33
T.M. " " de 5		21.23	18.59	16.21	14.11	12.26	10.65	9.27	8.10	7.12	6.29	5.60	5.03	4.55
T.M. au dessus de 65		81.03	79.47	77.95	76.47	75.02	73.62	72.25	70.92	69.63	68.38	67.17	66.00	64.87
Age moyen au décès		65.96	63.23	60.00	56.24	51.97	47.27	42.26	37.14	32.10	27.34	23.02	19.22	15.97
Age moy. au décès + de 5 ans		69.73	68.29	66.67	64.86	62.84	60.60	58.15	55.51	52.69	49.75	46.73	43.68	40.67
Décès (30+/5+) (1)		0.980	0.948	0.934	0.917	0.896	0.871	0.842	0.808	0.770	0.728	0.683	0.635	0.585
Décès (50+/5+) (1)		0.880	0.858	0.831	0.800	0.765	0.726	0.682	0.635	0.584	0.532	0.478	0.424	0.372
Décès (65+/5+) (1)		0.716	0.685	0.650	0.613	0.573	0.531	0.486	0.440	0.394	0.347	0.302	0.259	0.227

(1) Proportion des décès à l'âge de 30 et +, 50 et +, 65 et + parmi les décès à 5 ans et +.

Tableau 8a . Populations stables

Proportions d'individus d'âge x, proportions cumulées jusqu'à l'âge x et indices divers, pour différents taux d'accroissement naturel.

Modèle Ouest

Sexe masculin

Niveau de mortalité : 17

AGE	R*	-10.00	-5.00	0.	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00	45.00	50.00
0 -1		1.15	1.39	1.66	1.96	2.29	2.64	3.01	3.40	3.81	4.24	4.67	5.12	5.58
1 -4		4.50	5.37	6.32	7.37	8.48	9.66	10.89	12.16	13.46	14.77	16.09	17.41	18.72
5 -9		5.78	6.74	7.76	8.84	9.95	11.08	12.21	13.33	14.43	15.48	16.49	17.45	18.34
10-14		6.01	6.84	7.68	8.53	9.37	10.17	10.94	11.64	12.29	12.86	13.36	13.79	14.14
15-19		6.25	6.93	7.59	8.23	8.81	9.33	9.78	10.16	10.46	10.68	10.82	10.89	10.89
20-24		6.46	6.99	7.47	7.89	8.24	8.51	8.71	8.82	8.85	8.81	8.71	8.55	8.34
25-29		6.65	7.02	7.32	7.54	7.68	7.74	7.72	7.62	7.47	7.25	6.99	6.69	6.36
30-34		6.84	7.04	7.15	7.19	7.14	7.02	6.83	6.58	6.28	5.95	5.59	5.22	4.84
35-39		7.00	7.02	6.97	6.83	6.62	6.34	6.02	5.65	5.26	4.86	4.46	4.06	3.67
40-44		7.11	6.96	6.74	6.44	6.08	5.69	5.26	4.82	4.38	3.95	3.53	3.13	2.77
45-49		7.15	6.83	6.44	6.01	5.54	5.05	4.55	4.07	3.61	3.17	2.76	2.39	2.06
50-54		7.07	6.58	6.06	5.51	4.95	4.40	3.87	3.38	2.92	2.50	2.13	1.80	1.51
55-59		6.80	6.18	5.54	4.92	4.31	3.74	3.21	2.73	2.30	1.92	1.59	1.31	1.08
60-64		6.29	5.57	4.88	4.22	3.61	3.05	2.55	2.12	1.74	1.42	1.15	0.92	0.74
65-69		5.47	4.72	4.03	3.40	2.84	2.34	1.91	1.55	1.24	0.98	0.78	0.61	0.47
70-74		4.33	3.65	3.04	2.50	2.03	1.63	1.30	1.03	0.80	0.62	0.48	0.37	0.28
75-79		2.96	2.43	1.98	1.58	1.26	0.99	0.77	0.59	0.45	0.34	0.26	0.19	0.14
80+		2.19	1.74	1.37	1.07	0.82	0.62	0.47	0.35	0.26	0.19	0.14	0.10	0.07
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		1.15	1.39	1.66	1.96	2.29	2.64	3.01	3.40	3.81	4.24	4.67	5.12	5.58
5		5.65	6.76	7.99	9.33	10.77	12.29	13.90	15.56	17.27	19.01	20.76	22.53	24.30
10		11.43	13.50	15.75	18.16	20.72	23.37	26.11	28.89	31.69	34.49	37.26	39.98	42.64
15		17.44	20.33	23.43	26.69	30.08	33.55	37.05	40.54	43.98	47.35	50.62	53.77	56.78
20		23.69	27.26	31.03	34.92	38.89	42.88	46.83	50.70	54.44	58.03	61.44	64.65	67.67
25		30.14	34.25	38.49	42.81	47.13	51.39	55.54	59.52	63.29	66.84	70.15	73.20	76.01
30		36.80	41.27	45.81	50.35	54.81	59.13	63.25	67.14	70.76	74.09	77.14	79.89	82.37
35		43.63	48.30	52.97	57.54	61.95	66.15	70.08	73.72	77.04	80.04	82.73	85.11	87.21
40		50.63	55.33	59.93	64.37	68.57	72.49	76.10	79.37	82.30	84.91	87.19	89.17	90.89
45		57.74	62.29	66.67	70.81	74.65	78.18	81.36	84.19	86.69	88.85	90.72	92.31	93.65
50		64.90	69.12	73.11	76.81	80.19	83.23	85.92	88.27	90.29	92.02	93.48	94.70	95.71
55		71.96	75.70	79.17	82.32	85.14	87.63	89.79	91.64	93.21	94.52	95.61	96.50	97.22
60		78.77	81.88	84.71	87.23	89.45	91.36	93.00	94.37	95.51	96.44	97.20	97.81	98.37
65		85.06	87.45	89.58	91.45	93.05	94.41	95.55	96.49	97.25	97.86	98.35	98.73	99.03
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux natalité ‰		12.23	14.80	17.71	20.93	24.47	28.29	32.37	36.69	41.22	45.93	50.79	55.79	60.89
Taux mortalité ‰		22.23	19.80	17.71	15.93	14.47	13.29	12.37	11.69	11.22	10.93	10.79	10.79	10.89
T.B.R. (27)	(1)	0.923	1.057	1.210	1.383	1.579	1.800	2.051	2.335	2.656	3.017	3.425	3.884	4.400
T.B.R. (29)	(1)	0.913	1.057	1.221	1.409	1.624	1.870	2.151	2.472	2.837	3.252	3.725	4.261	4.870
T.B.R. (31)	(1)	0.904	1.056	1.233	1.437	1.673	1.945	2.260	2.622	3.039	3.518	4.069	4.700	5.424
T.B.R. (33)	(1)	0.895	1.056	1.245	1.465	1.724	2.026	2.378	2.789	3.267	3.824	4.471	5.223	6.095
Age moyen pop.		39.48	37.04	34.64	32.32	30.09	27.97	25.99	24.14	22.43	20.86	19.43	18.12	16.93
Pop. 15-44 (%)		40.31	41.96	43.24	44.11	44.57	44.63	44.31	43.66	42.70	41.50	40.10	38.54	36.87
Pop. Nat./Pop. (2)		0.030	0.035	0.041	0.047	0.055	0.063	0.073	0.084	0.097	0.111	0.127	0.145	0.165
Pop. 0-4/Pop. 15-44 (%)		0.140	0.161	0.185	0.211	0.242	0.275	0.314	0.356	0.404	0.458	0.518	0.585	0.659
Pop. 5-14/Pop. 15-44 (%)		0.125	0.146	0.168	0.192	0.216	0.242	0.269	0.296	0.323	0.350	0.377	0.403	0.429
Ratio de dépend. (6)		0.631	0.625	0.632	0.652	0.684	0.730	0.787	0.858	0.941	1.037	1.147	1.270	1.409
Taille moy. pop.		81.794	67.555	56.474	47.771	40.873	35.352	30.892	27.255	24.261	21.774	19.688	17.925	16.427
B(0) = 1														

Notes 1 à 6 : voir tableau 7.



Tableau 8b . Populations stables

Proportions de décès à l'âge x, proportions de décès jusqu'à l'âge x et indices divers, pour différents taux d'accroissement naturel.

Modèle Ouest

Sexe masculin

Niveau de mortalité : 17

AGE	R =	-10.00	-5.00	0.	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00	45.00	50.00
0 - 1		4.78	6.47	8.62	11.29	14.51	18.23	22.38	26.83	31.42	35.97	40.34	44.41	48.12
1 - 4		1.81	2.43	3.19	4.13	5.24	6.51	7.89	9.34	10.80	12.21	13.53	14.71	15.74
5 - 9		0.62	0.81	1.04	1.32	1.63	1.98	2.35	2.72	3.07	3.39	3.68	3.91	4.09
10-14		0.48	0.61	0.77	0.95	1.15	1.36	1.57	1.77	1.95	2.10	2.22	2.30	2.35
15-19		0.78	0.97	1.19	1.43	1.69	1.95	2.20	2.42	2.60	2.74	2.82	2.85	2.84
20-24		1.15	1.39	1.66	1.95	2.24	2.52	2.78	2.98	3.13	3.21	3.22	3.18	3.09
25-29		1.27	1.50	1.74	2.00	2.24	2.46	2.64	2.76	2.83	2.83	2.77	2.66	2.52
30-34		1.48	1.71	1.94	2.17	2.37	2.54	2.68	2.72	2.71	2.65	2.53	2.37	2.19
35-39		1.85	2.08	2.31	2.51	2.68	2.80	2.86	2.85	2.77	2.64	2.46	2.25	2.02
40-44		2.45	2.69	2.90	3.08	3.21	3.27	3.26	3.16	3.00	2.79	2.53	2.26	1.99
45-49		3.32	3.55	3.74	3.87	3.93	3.91	3.79	3.60	3.33	3.01	2.67	2.33	1.99
50-54		4.65	4.86	4.99	5.04	4.99	4.84	4.58	4.23	3.82	3.37	2.92	2.48	2.07
55-59		6.42	6.53	6.55	6.45	6.23	5.89	5.44	4.90	4.32	3.72	3.13	2.59	2.11
60-64		8.81	8.75	8.56	8.22	7.75	7.14	6.43	5.65	4.86	4.08	3.35	2.71	2.15
65-69		11.36	11.00	10.49	9.83	9.03	8.12	7.13	6.12	5.12	4.20	3.37	2.65	2.05
70-74		13.66	12.90	12.00	10.97	9.83	8.62	7.38	6.17	5.04	4.03	3.15	2.42	1.83
75-79		14.32	13.20	11.97	10.67	9.33	7.97	6.66	5.44	4.33	3.37	2.57	1.93	1.42
80+		20.79	18.56	16.32	14.10	11.94	9.90	8.01	6.34	4.89	3.69	2.73	1.98	1.42
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		4.78	6.47	8.62	11.29	14.51	18.23	22.38	26.83	31.42	35.97	40.34	44.41	48.12
5		6.59	8.89	11.82	15.43	19.75	24.73	30.27	36.17	42.22	48.18	53.87	59.12	63.84
10		7.21	9.70	12.86	16.74	21.38	26.71	32.62	38.89	45.29	51.58	57.54	63.03	67.95
15		7.69	10.31	13.62	17.69	22.52	28.07	34.18	40.66	47.24	53.68	59.76	65.33	70.37
20		8.47	11.28	14.81	19.12	24.21	30.02	36.38	43.08	49.85	56.42	62.59	68.19	73.14
25		9.62	12.67	16.47	21.07	26.46	32.54	39.16	46.06	52.98	59.63	65.81	71.36	76.23
30		10.88	14.17	18.22	23.07	28.70	35.00	41.80	48.82	55.80	62.46	68.58	74.03	78.75
35		12.36	15.88	20.16	25.24	31.07	37.54	44.46	51.54	58.51	65.10	71.11	76.40	80.94
40		14.21	17.96	22.47	27.75	33.75	40.34	47.31	54.39	61.28	67.74	73.57	78.65	82.94
45		16.66	20.65	25.37	30.83	36.96	43.62	50.57	57.55	64.29	70.53	76.10	80.91	84.95
50		19.98	24.20	29.11	34.71	40.90	47.52	54.36	61.15	67.62	73.54	78.77	83.24	86.94
55		24.63	29.06	34.11	39.75	45.89	52.36	58.94	65.38	71.44	76.91	81.69	85.71	89.01
60		31.05	35.59	40.65	46.20	52.12	58.25	64.38	70.28	75.75	80.63	84.82	88.31	91.12
65		39.86	44.34	49.21	54.42	59.87	65.39	70.81	75.94	80.61	84.71	88.18	91.02	93.28
70		51.22	55.34	59.70	64.26	68.90	73.51	77.94	82.05	85.73	88.90	91.54	93.67	95.33
75		64.88	68.24	71.71	75.23	78.73	82.13	85.32	88.23	90.78	92.93	94.69	96.09	97.16
80		79.21	81.44	83.68	85.90	88.06	90.10	91.99	93.66	95.11	96.31	97.27	98.02	98.58
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux natalité ‰		12.23	14.80	17.71	20.93	24.47	28.29	32.37	36.69	41.22	45.93	50.75	55.79	60.89
Taux mortalité ‰		22.23	19.80	17.71	15.93	14.47	13.29	12.37	11.69	11.22	10.93	10.79	10.79	10.89
Taux Mort. au-dessus âge 5		21.37	18.77	16.45	14.42	12.66	11.15	9.88	8.82	7.94	7.23	6.61	6.20	5.85
T.M. au-dessus âge 5		21.96	19.33	16.97	14.87	13.01	11.40	10.00	8.80	7.78	6.92	6.20	5.59	5.08
T.M. au-dessus âge 65		89.25	87.78	86.35	84.95	83.60	82.28	81.00	79.76	78.56	77.39	76.27	75.18	74.12
Age moyen au décès		62.63	59.79	56.47	52.69	48.48	43.92	39.15	34.35	29.68	25.31	21.36	17.89	14.93
Age moy. au décès + de 50+		66.99	65.54	63.93	62.15	60.20	58.08	55.78	53.34	50.76	48.08	45.35	42.60	39.87
Décès (30+/5+) (1)		0.954	0.947	0.927	0.910	0.889	0.864	0.835	0.802	0.765	0.725	0.681	0.635	0.588
Décès (30+/5+) (1)		0.857	0.832	0.804	0.772	0.738	0.697	0.654	0.609	0.560	0.511	0.460	0.410	0.361
Décès (65+/5+) (1)		0.644	0.611	0.576	0.539	0.500	0.460	0.419	0.377	0.336	0.295	0.256	0.220	0.186

(1) Proportion de décès à l'âge de 30 et +, 50 et +, 65 et + parmi les décès de 5 et +.

Tableau 9a . Populations stables

Proportions d'individus d'âge x, proportions cumulées jusqu'à l'âge x, et indices divers, pour différentes valeurs du taux brut de reproduction féminin (M = 29).

Modèle Ouest

Sexe féminin

Niveau de mortalité : 17

AGE	GAR =	0.800	1.000	1.250	1.500	1.750	2.000	2.250	2.500	3.000	3.500	4.000	5.000	6.000
0 - 1		0.93	1.27	1.68	2.07	2.44	2.79	3.11	3.42	3.97	4.46	4.90	5.66	6.30
1 - 4		3.69	4.93	6.41	7.79	9.06	10.23	11.30	12.29	14.04	15.55	16.88	19.09	20.89
5 - 9		4.82	6.22	7.81	9.23	10.47	11.57	12.54	13.40	14.87	16.06	17.04	18.57	19.69
10-14		5.11	6.35	7.67	8.77	9.69	10.45	11.10	11.64	12.49	13.11	13.57	14.18	14.53
15-19		5.41	6.47	7.53	8.34	8.96	9.44	9.81	10.09	10.48	10.69	10.80	10.82	10.71
20-24		5.71	6.57	7.35	7.89	8.25	8.49	8.64	8.72	8.76	8.69	8.56	8.23	7.87
25-29		6.00	6.65	7.16	7.44	7.58	7.61	7.58	7.51	7.30	7.04	6.76	6.23	5.76
30-34		6.29	6.72	6.95	7.00	6.93	6.80	6.64	6.45	6.06	5.68	5.33	4.71	4.20
35-39		6.58	6.76	6.73	6.56	6.33	6.06	5.79	5.52	5.02	4.57	4.18	3.55	3.06
40-44		6.85	6.77	6.49	6.13	5.75	5.38	5.03	4.70	4.14	3.66	3.27	2.66	2.22
45-49		7.08	6.74	6.21	5.69	5.19	4.74	4.34	3.98	3.39	2.92	2.54	1.98	1.59
50-54		7.24	6.63	5.88	5.21	4.63	4.13	3.70	3.34	2.75	2.30	1.95	1.46	1.10
55-59		7.27	6.41	5.47	4.70	4.06	3.54	3.10	2.74	2.18	1.78	1.47	1.06	0.79
60-64		7.08	6.01	4.93	4.10	3.45	2.94	2.52	2.19	1.68	1.33	1.08	0.74	0.44
65-69		6.56	5.35	4.23	3.41	2.79	2.32	1.95	1.66	1.24	0.95	0.75	0.49	0.35
70-74		5.59	4.40	3.34	2.61	2.08	1.69	1.39	1.16	0.84	0.62	0.48	0.30	0.21
75-79		4.17	3.16	2.31	1.75	1.35	1.07	0.86	0.71	0.49	0.36	0.27	0.16	0.11
80+		3.63	2.61	1.82	1.32	0.99	0.76	0.59	0.47	0.32	0.22	0.16	0.09	0.06
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		0.93	1.27	1.68	2.07	2.44	2.79	3.11	3.42	3.97	4.46	4.90	5.66	6.30
5		4.62	6.19	8.09	9.86	11.50	13.02	14.41	15.70	18.01	20.02	21.78	24.76	27.19
10		9.44	12.41	15.90	19.09	21.97	24.59	26.95	29.11	32.88	36.08	38.82	43.32	46.89
15		14.55	18.76	23.57	27.86	31.66	35.04	38.05	40.75	45.37	49.19	52.39	57.50	61.41
20		19.96	25.23	31.10	36.20	40.62	44.48	47.86	50.84	55.85	59.88	63.19	68.33	72.12
25		25.67	31.81	38.45	44.09	48.88	52.97	56.50	59.56	64.61	68.57	71.75	76.55	79.99
30		31.67	38.46	45.61	51.53	56.45	60.58	64.08	67.07	71.90	75.60	78.52	82.79	85.75
35		37.96	45.17	52.57	58.53	63.39	67.39	70.72	73.52	77.96	81.28	83.84	87.50	89.95
40		44.54	51.93	59.30	65.10	69.71	73.45	76.51	79.04	82.98	85.86	88.03	91.05	93.01
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux natalité ‰		9.74	13.31	17.71	21.94	25.94	29.70	33.23	36.55	42.61	48.01	52.88	61.33	68.50
Taux mortalité ‰		23.37	19.31	16.00	13.85	12.40	11.41	10.71	10.23	9.65	9.39	9.31	9.41	9.48
Taux accroissement		-13.63	-6.00	1.72	8.10	13.54	18.30	22.52	26.32	32.96	38.62	43.57	51.92	58.82
T.G.R. (27)(*)		0.815	1.004	1.236	1.465	1.691	1.915	2.137	2.358	2.796	3.229	3.658	4.507	5.345
T.B.R. (31)(1)		0.785	0.996	1.265	1.537	1.813	2.091	2.372	2.656	3.229	3.809	4.395	5.584	6.790
T.B.R. (33)(1)		0.771	0.993	1.280	1.576	1.880	2.191	2.507	2.830	3.490	4.169	4.863	6.295	7.775
T.N.R. (27)		0.691	0.851	1.047	1.241	1.433	1.623	1.811	1.998	2.369	2.736	3.099	3.819	4.529
T.N.R. (29)		0.672	0.840	1.051	1.261	1.471	1.681	1.891	2.101	2.521	2.942	3.362	4.202	5.043
T.N.R. (33)		0.654	0.831	1.054	1.281	1.511	1.743	1.977	2.213	2.691	3.174	3.663	4.654	5.659
T.N.R. (33)		0.637	0.821	1.058	1.302	1.554	1.810	2.072	2.339	2.884	3.445	4.019	5.202	6.425
Age moyen pop.		42.95	39.01	35.10	32.01	29.51	27.46	25.75	24.30	21.99	20.22	18.82	16.75	15.29
Pop. 15-44 (2)		36.84	39.94	42.22	43.36	43.80	43.78	43.48	43.00	41.75	40.34	38.90	36.20	33.82
Taux nat. / pop. 15-44 (3)		0.026	0.033	0.042	0.051	0.059	0.068	0.076	0.085	0.102	0.119	0.136	0.169	0.203
Pop. 0-14 / pop. 15-44 (4)		0.125	0.155	0.192	0.227	0.263	0.297	0.331	0.365	0.431	0.496	0.560	0.684	0.804
Pop. 5-14 / pop. 5 et + (5)		0.104	0.134	0.168	0.200	0.228	0.253	0.276	0.297	0.334	0.365	0.391	0.435	0.470
Rep. de dépend. (6)		0.711	0.675	0.673	0.696	0.734	0.780	0.830	0.884	0.997	1.113	1.229	1.457	1.678
Taille moy. pop. B (0) :		102.698	75.138	56.450	45.576	38.551	33.669	30.091	27.360	23.469	20.827	18.911	16.305	14.599
Esp. de vie		60.000												

Notes 1 à 6 : voir tableau 7

Tableau 9b . Populations stables

Proportions de décès à l'âge x, proportions de décès jusqu'à l'âge x et indices divers pour différentes valeurs du taux brut de reproduction féminin (M = 29).

Modèle Ouest

Sexe féminin

Niveau de mortalité : 17

AGE	GAR=	0.800	1.000	1.250	1.500	1.750	2.000	2.250	2.500	3.000	3.500	4.000	5.000	6.000
0 -1		2.98	4.89	7.81	11.14	14.67	18.24	21.72	25.02	30.94	35.91	39.99	46.13	50.40
1 -4		1.34	2.17	3.39	4.76	6.18	7.60	8.95	10.21	12.42	14.21	15.64	17.67	18.97
5 -9		0.46	0.71	1.08	1.47	1.86	2.24	2.59	2.90	3.43	3.82	4.11	4.47	4.66
10-14		0.38	0.56	0.82	1.09	1.34	1.57	1.78	1.96	2.24	2.43	2.55	2.66	2.67
15-19		0.58	0.84	1.18	1.51	1.81	2.08	2.30	2.49	2.75	2.90	2.97	2.97	2.88
20-24		0.82	1.13	1.53	1.89	2.21	2.48	2.69	2.85	3.04	3.12	3.12	2.99	2.81
25-29		0.99	1.33	1.72	2.07	2.35	2.57	2.73	2.84	2.93	2.92	2.85	2.62	2.38
30-34		1.20	1.54	1.92	2.24	2.48	2.64	2.75	2.80	2.80	2.72	2.58	2.28	2.00
35-39		1.46	1.81	2.17	2.44	2.63	2.74	2.79	2.80	2.71	2.55	2.36	2.00	1.69
40-44		1.81	2.16	2.49	2.72	2.85	2.90	2.89	2.84	2.65	2.43	2.20	1.78	1.46
45-49		2.35	2.70	3.00	3.17	3.23	3.21	3.14	3.02	2.74	2.43	2.15	1.67	1.32
50-54		3.35	3.70	3.95	4.04	4.01	3.90	3.72	3.52	3.08	2.67	2.30	1.71	1.31
55-59		4.72	5.01	5.16	5.11	4.94	4.68	4.38	4.06	3.44	2.89	2.43	1.74	1.28
60-64		7.04	7.21	7.13	6.85	6.43	5.96	5.46	4.97	4.07	3.32	2.72	1.87	1.33
65-69		10.03	9.88	9.41	8.75	8.00	7.23	6.49	5.79	4.59	3.65	2.92	1.92	1.32
70-74		13.80	13.08	11.98	10.79	9.61	8.48	7.45	6.53	5.01	3.86	3.01	1.91	1.27
75-79		16.45	15.01	13.23	11.54	10.00	8.62	7.41	6.37	4.73	3.55	2.70	1.64	1.05
80+		30.24	26.26	22.01	18.42	15.40	12.87	10.77	9.03	6.42	4.64	3.42	1.96	1.20
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		2.98	4.89	7.81	11.14	14.67	18.24	21.72	25.02	30.94	35.91	39.99	46.13	50.40
5		4.32	7.06	11.21	15.90	20.86	25.84	30.67	35.24	43.37	50.12	55.63	63.80	69.37
10		4.78	7.77	12.28	17.37	22.72	28.08	33.26	38.14	46.80	53.94	59.74	68.27	74.02
15		5.16	8.33	13.11	18.46	24.06	29.65	35.04	40.10	49.03	56.37	62.29	70.93	76.69
20		5.74	9.18	14.29	19.97	25.87	31.73	37.34	42.59	51.78	59.26	65.25	73.90	79.58
25		6.56	10.31	15.82	21.86	28.09	34.21	40.03	45.44	54.83	62.38	68.37	76.89	82.39
30		7.55	11.64	17.54	23.93	30.43	36.78	42.76	48.27	57.76	65.30	71.22	79.51	84.76
35		8.75	13.18	19.46	26.16	32.91	39.42	45.51	51.08	60.57	68.02	73.80	81.79	86.76
40		10.21	14.99	21.63	28.61	35.54	42.16	48.30	53.87	63.27	70.56	76.16	83.79	88.45
45		12.02	17.15	24.12	31.32	38.39	45.06	51.19	56.71	65.93	72.99	78.36	85.57	89.91
50		14.38	19.85	27.12	34.49	41.62	48.27	54.33	59.73	68.66	75.42	80.50	87.24	91.23
55		17.72	23.54	31.07	38.54	45.63	52.17	58.05	63.25	71.75	78.09	82.80	88.96	92.54
60		22.44	28.56	36.23	43.65	50.57	56.85	62.43	67.31	75.19	80.98	85.23	90.70	93.82
65		29.48	35.76	43.36	50.49	57.00	62.80	67.89	72.28	79.26	84.31	87.95	92.57	95.16
70		39.51	45.64	52.77	59.24	65.00	70.04	74.37	78.07	83.85	87.95	90.87	94.50	96.49
75		53.31	58.73	64.76	70.04	74.61	78.52	81.82	84.60	88.86	91.82	93.88	96.40	97.74
80		69.76	73.74	77.99	81.58	84.60	87.13	89.23	90.97	93.58	95.36	96.58	98.04	98.80
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux natalité ‰		9.74	13.31	17.71	21.94	25.94	29.70	33.23	36.55	42.61	48.01	52.88	61.33	68.59
Taux mortalité ‰		23.37	19.31	16.00	13.85	12.40	11.41	10.71	10.23	9.65	9.39	9.31	9.41	9.68
T.M. au-dessus âge 1		22.76	18.57	15.00	12.58	10.85	9.59	8.64	7.91	6.88	6.22	5.77	5.23	4.94
T.M. au-dessus âge 5		23.32	19.10	15.46	12.93	11.09	9.72	8.66	7.83	6.61	5.78	5.19	4.40	3.92
T.M. au-dessus âge 65		82.18	79.78	77.44	75.57	74.02	72.71	71.57	70.58	68.89	67.50	66.33	64.45	62.96
Age moyen au décès		67.65	63.82	58.77	53.66	48.68	43.99	39.68	35.79	29.24	24.16	20.25	14.86	11.50
Age moyen au décès + de 5		70.67	68.59	66.07	63.63	61.27	59.01	56.84	54.78	50.97	47.57	44.55	39.54	35.62
Décès (30+5+) (1)		0.966	0.951	0.929	0.905	0.879	0.853	0.826	0.799	0.746	0.696	0.649	0.566	0.497
Décès (50+5+) (1)		0.895	0.862	0.821	0.779	0.738	0.698	0.659	0.622	0.553	0.493	0.439	0.352	0.286
Décès (65+5+) (1)		0.737	0.691	0.638	0.589	0.543	0.502	0.463	0.428	0.366	0.315	0.272	0.205	0.158

(1) Proportion de décès à l'âge de 30 et +, 50 et +, 65 et + / parmi les décès de 5 et +.

Tableau 10a . Populations stables

Proportions d'individus d'âge x, proportions cumulées jusqu'à l'âge x et indices divers, pour différentes valeurs du taux brut de reproduction féminin (M = 29).

Modèle Ouest

Sexe masculin

Niveau de mortalité : 17

AGE	GRR=	0.800	1.000	1.250	1.500	1.750	2.000	2.250	2.500	3.000	3.500	4.000	5.000	6.000
0 - 1		1.00	1.34	1.76	2.16	2.53	2.88	3.20	3.51	4.06	4.55	4.99	5.75	6.39
1 - 4		3.93	5.19	6.67	8.05	9.31	10.46	11.52	12.50	14.23	15.73	17.03	19.22	20.99
5 - 9		5.13	6.54	8.13	9.52	10.75	11.83	12.78	13.63	15.06	16.22	17.18	18.67	19.77
10-14		5.43	6.67	7.97	9.05	9.94	10.68	11.30	11.82	12.64	13.23	13.68	14.25	14.58
15-19		5.75	6.79	7.82	8.59	9.19	9.64	9.98	10.25	10.60	10.79	10.87	10.87	10.74
20-24		6.05	6.88	7.62	8.12	8.44	8.65	8.77	8.83	8.84	8.74	8.60	8.25	7.87
25-29		6.35	6.95	7.40	7.64	7.73	7.73	7.68	7.59	7.34	7.06	6.78	6.23	5.75
30-34		6.64	7.00	7.18	7.17	7.06	6.90	6.71	6.50	6.09	5.69	5.33	4.70	4.19
35-39		6.93	7.03	6.93	6.70	6.43	6.13	5.84	5.55	5.03	4.57	4.17	3.53	3.04
40-44		7.17	7.00	6.64	6.23	5.81	5.41	5.04	4.71	4.12	3.64	3.25	2.63	2.19
45-49		7.34	6.90	6.30	5.72	5.19	4.72	4.31	3.95	3.34	2.87	2.50	1.94	1.56
50-54		7.39	6.68	5.87	5.16	4.56	4.05	3.62	3.25	2.67	2.23	1.89	1.41	1.09
55-59		7.24	6.31	5.33	4.54	3.90	3.38	2.96	2.61	2.07	1.68	1.39	0.99	0.75
60-64		6.81	5.71	4.64	3.83	3.21	2.72	2.33	2.01	1.54	1.22	0.98	0.67	0.49
65-69		6.03	4.87	3.81	3.04	2.48	2.05	1.72	1.46	1.08	0.83	0.65	0.43	0.30
70-74		4.86	3.78	2.84	2.20	1.74	1.41	1.16	0.96	0.69	0.52	0.40	0.25	0.17
75-79		3.39	2.53	1.83	1.37	1.06	0.84	0.67	0.55	0.38	0.28	0.21	0.13	0.08
80+		2.56	1.83	1.28	0.91	0.68	0.52	0.41	0.32	0.22	0.15	0.11	0.06	0.04
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		1.00	1.34	1.76	2.16	2.53	2.88	3.20	3.51	4.06	4.55	4.99	5.75	6.39
5		4.93	6.53	8.43	10.21	11.84	13.34	14.73	16.01	18.29	20.28	22.02	24.97	27.39
10		10.05	13.07	16.56	19.73	22.59	25.17	27.51	29.63	33.35	36.50	39.21	43.64	47.16
15		15.49	19.73	24.53	28.78	32.53	35.85	38.81	41.45	45.99	49.73	52.88	57.90	61.74
20		21.24	26.53	32.35	37.37	41.72	45.49	48.79	51.70	56.58	60.52	63.75	68.77	72.48
25		27.29	33.41	39.97	45.49	50.16	54.14	57.56	60.54	65.42	69.26	72.35	77.02	80.36
30		33.64	40.36	47.37	53.13	57.89	61.87	65.24	68.12	72.77	76.33	79.13	83.25	86.10
35		40.28	47.37	54.55	60.30	64.95	68.77	71.95	74.63	78.85	82.02	84.46	87.95	90.29
40		47.21	54.39	61.48	67.00	71.38	74.91	77.79	80.18	83.88	86.59	88.63	91.48	93.33
45		54.38	61.39	68.12	73.23	77.19	80.32	82.83	84.89	88.01	90.23	91.88	94.11	95.52
50		61.71	68.29	74.42	78.94	82.38	85.04	87.14	88.83	91.35	93.10	94.37	96.05	97.08
55		69.10	74.97	80.28	84.10	86.93	89.09	90.76	92.08	94.02	95.33	96.26	97.46	98.17
60		76.34	81.28	85.61	88.64	90.84	92.47	93.72	94.69	96.09	97.01	97.65	98.46	98.92
65		83.15	86.99	90.25	92.47	94.04	95.19	96.05	96.71	97.63	98.23	98.63	99.13	99.41
70		89.19	91.86	94.06	95.52	96.52	97.24	97.77	98.16	98.71	99.06	99.29	99.56	99.71
75		94.05	95.64	96.91	97.72	98.26	98.65	98.92	99.13	99.40	99.57	99.68	99.81	99.88
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux natalité, ‰		10.56	14.26	18.78	23.09	27.14	30.95	34.52	37.87	43.98	49.44	54.34	62.88	70.12
Taux mortalité, ‰		24.19	20.26	17.06	14.99	13.60	12.65	12.00	11.55	11.03	10.81	10.78	10.96	11.30
Taux d'accroissement		-13.63	-6.00	1.72	8.10	13.54	18.30	22.52	26.32	32.96	38.62	43.57	51.92	58.82
Age moyen pop.		41.26	37.52	33.83	30.92	28.58	26.65	25.04	23.67	21.49	19.81	18.48	16.51	15.18
Prop. 15-44 (2)		38.89	41.66	43.58	44.44	44.65	44.46	44.02	43.43	42.02	40.50	39.00	36.21	33.78
Taux nat/pop. 15-44 (3)		0.027	0.034	0.043	0.052	0.061	0.070	0.078	0.087	0.105	0.122	0.139	0.174	0.208
Pop. 0-14/pop. 15-44 (4)		0.127	0.157	0.194	0.230	0.265	0.300	0.335	0.369	0.435	0.501	0.565	0.690	0.811
Pop. 5-14/pop. 15-44 (5)		0.111	0.141	0.176	0.207	0.235	0.260	0.282	0.303	0.339	0.369	0.396	0.439	0.473
Rapp. de dépend. (6)		0.643	0.625	0.637	0.671	0.715	0.766	0.821	0.878	0.996	1.115	1.234	1.466	1.690
Taille moy pop. 0-14		94.697	70.129	53.250	43.317	36.841	32.310	28.969	26.407	22.736	20.228	18.401	15.904	14.261
Exp. de vie		56.474												

Notes 206 : voir Tableau 7.

Tableau 10b . Populations stables

Proportions de décès à l'âge x, proportions de décès jusqu'à l'âge x et indices divers pour différentes valeurs du taux brut de reproduction féminin (M = 29).

Modèle Ouest

Sexe masculin

Niveau de mortalité : 17

AGE	GRR =	0.800	1.000	1.250	1.500	1.750	2.000	2.250	2.500	3.000	3.500	4.000	5.000	6.000
0 -1		3.80	6.09	9.48	13.22	17.09	20.92	24.60	28.04	34.13	39.16	43.28	49.44	53.72
1 -4		1.46	2.29	3.50	4.80	6.12	7.41	8.62	9.73	11.65	13.18	14.38	16.09	17.18
5 -9		0.50	0.77	1.13	1.51	1.87	2.22	2.53	2.81	3.27	3.60	3.85	4.15	4.29
10-14		0.40	0.58	0.83	1.07	1.29	1.50	1.67	1.82	2.05	2.19	2.28	2.36	2.36
15-19		0.66	0.93	1.27	1.59	1.87	2.12	2.32	2.47	2.69	2.80	2.85	2.82	2.73
20-24		0.99	1.34	1.76	2.13	2.44	2.70	2.89	3.03	3.18	3.23	3.20	3.04	2.84
25-29		1.11	1.45	1.83	2.15	2.40	2.58	2.71	2.79	2.83	2.79	2.70	2.46	2.22
30-34		1.33	1.66	2.02	2.30	2.50	2.63	2.70	2.72	2.68	2.56	2.42	2.12	1.84
35-39		1.60	2.04	2.38	2.62	2.77	2.85	2.86	2.83	2.70	2.51	2.31	1.94	1.63
40-44		2.27	2.64	2.97	3.17	3.26	3.27	3.22	3.13	2.88	2.61	2.34	1.88	1.53
45-49		3.13	3.51	3.79	3.92	3.93	3.84	3.70	3.53	3.15	2.77	2.42	1.87	1.47
50-54		4.47	4.82	5.02	5.02	4.89	4.68	4.42	4.13	3.56	3.04	2.60	1.92	1.46
55-59		6.28	6.51	6.53	6.33	6.00	5.60	5.18	4.75	3.96	3.29	2.74	1.95	1.43
60-64		8.79	8.77	8.46	7.94	7.33	6.68	6.04	5.44	4.39	3.55	2.88	1.96	1.39
65-69		11.53	11.08	10.28	9.35	8.40	7.47	6.62	5.85	4.56	3.58	2.84	1.86	1.27
70-74		14.12	13.06	11.66	10.27	8.97	7.80	6.77	5.87	4.43	3.38	2.62	1.64	1.08
75-79		15.08	13.43	11.53	9.84	8.33	7.10	6.03	5.13	3.75	2.78	2.10	1.26	0.90
80+		22.39	19.01	15.56	12.76	10.48	8.64	7.14	5.93	4.15	2.97	2.18	1.24	0.76
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1		3.80	6.09	9.48	13.22	17.09	20.92	24.60	28.04	34.13	39.16	43.28	49.44	53.72
5		5.26	8.38	12.98	18.02	23.22	28.33	33.21	37.77	45.77	52.34	57.66	65.53	70.90
10		5.76	9.15	14.11	19.53	25.09	30.55	35.74	40.58	49.04	55.94	61.51	69.68	75.19
15		6.16	9.73	14.93	20.59	26.38	32.05	37.42	42.40	51.08	58.13	63.80	72.04	77.55
20		6.82	10.66	16.20	22.19	28.26	34.16	39.73	44.87	53.77	60.94	66.65	74.86	80.29
25		7.81	12.00	17.96	24.32	30.70	36.86	42.62	47.90	58.96	64.16	69.84	77.90	83.12
30		8.92	13.45	19.79	26.46	33.10	39.44	45.33	50.69	59.79	66.95	72.54	80.36	85.33
35		10.25	15.12	21.81	28.76	35.60	42.07	48.02	53.41	62.47	69.52	74.96	82.48	87.18
40		11.93	17.15	24.19	31.39	38.37	44.91	50.88	56.24	65.17	72.03	77.27	84.42	88.81
45		14.21	19.79	27.17	34.56	41.63	48.18	54.10	59.37	68.05	74.64	79.61	86.30	90.34
50		17.34	23.30	30.96	38.48	45.56	52.02	57.81	62.90	71.20	77.40	82.04	88.17	91.81
55		21.81	28.12	35.98	43.50	50.45	56.70	62.22	67.03	74.76	80.45	84.64	90.09	93.27
60		28.09	34.63	42.51	49.83	56.45	62.31	67.40	71.78	78.72	83.74	87.38	92.04	94.69
65		36.88	43.41	50.97	57.78	63.78	68.99	73.44	77.22	83.11	87.28	90.26	94.00	96.08
70		48.41	54.49	61.25	67.13	72.18	76.46	80.06	83.07	87.67	90.87	93.11	95.86	97.35
75		62.53	67.56	72.91	77.40	81.15	84.26	86.83	88.94	92.10	94.25	95.72	97.50	98.44
80		77.61	80.99	84.44	87.24	89.52	91.36	92.86	94.07	95.85	97.03	97.82	98.76	99.24
TOTAL		100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taux natalité ‰		10.56	14.26	18.78	23.09	27.14	30.95	34.52	37.87	43.98	49.44	54.34	62.88	70.12
Taux mortalité ‰		24.19	20.26	17.06	14.99	13.60	12.65	12.00	11.55	11.03	10.81	10.78	10.96	11.37
T.M. au dessus âge 1		23.42	19.27	15.72	13.30	11.57	10.29	9.32	8.57	7.50	6.80	6.32	5.73	5.40
T.M. au dessus âge 5		24.02	19.84	16.22	13.69	11.84	10.45	9.37	8.51	7.25	6.38	5.75	4.91	4.38
T.M. au dessus âge 65		90.33	88.07	85.86	84.11	82.66	81.43	80.37	79.44	77.87	76.57	75.48	73.73	72.35
Age moy. au décès		64.43	60.39	55.23	50.13	45.28	40.79	36.72	33.09	27.05	22.40	18.84	13.92	10.81
Age moy. au décès de Sans		67.96	65.84	63.33	60.96	58.71	56.58	54.57	52.67	49.19	46.11	43.38	38.85	35.24
Décès (30+/5+) (%)		0.961	0.945	0.922	0.897	0.871	0.845	0.819	0.792	0.741	0.693	0.649	0.570	0.504
Décès (50+/5+) (%)		0.873	0.837	0.793	0.750	0.709	0.669	0.632	0.596	0.531	0.474	0.424	0.343	0.282
Décès (65+/5+) (%)		0.666	0.618	0.563	0.515	0.472	0.433	0.398	0.366	0.311	0.267	0.230	0.174	0.135

(\*) Proportions de décès à l'âge de 30 et +, 50 et +, 65 et + parmi les décès de 5 et +.

Tableau (11) - Composition par âge de la population dans une perspective calculée d'après  
les conditions décrites dans la note (a)

Groupe d'âge (en années)	Durée écoulée depuis le point de départ de la perspective (en années)																
	: 0	: 5	: 10	: 15	: 20	: 25	: 30	: 35	: 40	: 45	: 50	: 55	: 60	: 65	: 70	: 75	: 80
0 - 4	: 1542:	1582	: 1615:	1630:	1638:	1649:	1665	: 1694:	1713:	1736:	1753:	1768	: 1784:	1802:	1818:	1832:	1845
5 - 9	: 1250:	1255	: 1254:	1323:	1340:	1351:	1363	: 1378:	1401:	1421:	1441:	1456	: 1469:	1481:	1495:	1507:	1518
10 - 14	: 1125:	1115	: 1115:	1103:	1159:	1170:	1173	: 1176:	1176:	1193:	1209:	1221	: 1229:	1234:	1239:	1246:	1253
15 - 19	: 1012:	1003	: 991:	982:	968:	1011:	1016	: 1012:	1005:	1006:	1015:	1023	: 1023:	1033:	1032:	1033:	1036
20 - 24	: 898:	892	: 882:	863:	853:	836:	871	: 870:	859:	853:	852:	855	: 861:	856:	861:	858:	856
25 - 29	: 789:	784	: 777:	761:	743:	733:	715	: 742:	734:	726:	718:	715	: 717:	718:	712:	714:	710
30 - 34	: 686:	682	: 678:	667:	652:	635:	625	: 606:	624:	618:	609:	600	: 597:	597:	596:	590:	591
35 - 39	: 592:	589	: 586:	578:	567:	554:	538	: 526:	507:	524:	517:	509	: 502:	496:	494:	492:	486
40 - 44	: 507:	504	: 501:	496:	488:	479:	466	: 452:	438:	423:	435:	430	: 422:	414:	409:	407:	405
45 - 49	: 430:	429	: 427:	420:	416:	409:	401	: 389:	414:	364:	350:	359	: 354:	346:	339:	334:	332
50 - 54	: 358:	357	: 356:	353:	348:	343:	338	: 330:	318:	339:	297:	286	: 293:	288:	281:	275:	271
55 - 59	: 288:	287	: 288:	286:	284:	280:	276	: 271:	263:	255:	272:	238	: 228:	234:	230:	224:	215
60 - 64	: 217:	218	: 219:	220:	219:	218:	216	: 213:	208:	204:	197:	211	: 184:	177:	182:	179:	175
65 - 69	: 150:	151	: 154:	155:	157:	157:	158	: 158:	155:	153:	149:	145	: 155:	136:	131:	135:	134
70 - 74	: 91:	92	: 94:	97:	100:	102:	103	: 104:	104:	104:	102:	101	: 99:	106:	94:	91:	94
75 - 79	: 45:	46	: 48:	50:	52:	55:	57	: 59:	60:	60:	60:	60	: 60:	59:	64:	57:	56
80 et plus	: 20:	14	: 15:	16:	16:	18:	19	: 20:	21:	21:	22:	23	: 23:	23:	23:	26:	23
Ensemble	: 10000:	10000	: 10000:	10000:	10000:	10000:	10000	: 10000:	10000:	10000:	10000:	10000	: 10000:	10000:	10000:	10000:	10000
0 - 14	: 3917:	3952	: 3984:	4056:	4137:	4170:	4201	: 4248:	4290:	4350:	4403:	4445	: 4482:	4517:	4552:	4585:	4616
15 - 29	: 2699:	2679	: 2650:	2606:	2564:	2580:	2602	: 2624:	2598:	2585:	2585:	2593	: 2601:	2607:	2605:	2605:	2602
30 - 49	: 2215:	2204	: 2192:	2161:	2123:	2077:	2030	: 1973:	1983:	1929:	1911:	1898	: 1875:	1853:	1838:	1823:	1814
50 - 64	: 863:	862	: 863:	859:	851:	841:	830	: 814:	789:	798:	766:	735	: 705:	699:	693:	678:	661
65 et plus	: 306:	303	: 311:	318:	325:	332:	337	: 341:	340:	338:	333:	329	: 337:	324:	312:	309:	307
Ensemble	: 10000:	10000	: 10000:	10000:	10000:	10000:	10000	: 10000:	10000:	10000:	10000:	10000	: 10000:	10000:	10000:	10000:	10000
15 - 49	: 4914:	4883	: 4842:	4768:	4686:	4647:	4630	: 4593:	4581:	4513:	4495:	4493	: 4475:	4458:	4443:	4429:	4414
Taille de la population	: 100.0:	107.6	: 116.5:	127.9:	141.5:	157.8:	177.3	: 201.0:	230.7:	265.4:	307.5:	358.5	: 420.3:	458.3:	542.8:	646.6:	773.9
Taux démographiques (pour 1000)	b : 45.9:	45.4	: 44.7	: 43.9	: 43.3	: 42.9	: 43.0	: 42.7	: 42.5	: 42.3	: 42.1	: 42.0	: 42.0	: 41.9	: 41.8	: 41.7	:
	d : 31.3:	29.4	: 26.0	: 23.7	: 21.6	: 19.6	: 17.8	: 15.4	: 14.5	: 13.0	: 11.5	: 10.3	: 8.8	: 7.6	: 6.4	: 5.4	:
	r : 14.6:	16.0	: 18.7	: 20.2	: 21.7	: 23.3	: 25.2	: 27.3	: 28.0	: 29.3	: 30.6	: 31.7	: 33.2	: 34.3	: 35.4	: 36.3	:
	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:

Note (a)

1) Point de départ de la perspective.

Population stable tirée du Modèle Ouest (sexe féminin) de populations stables calculées par A. Coale et P. Demeny.

Niveau de mortalité 5 (espérance de vie à la naissance égale à 30 ans)

Taux brut de reproduction = 3.000.

Coale A.J. et DEMENY P. "Regional Model Life Tables and Stable Populations". Princeton, New-Jersey : Princeton University Press, 1966, page 82.

2) On suppose que la fécondité reste constante à un taux brut de reproduction égal à 3.000. La composition par âge de la fonction de fécondité est la suivante :

Groupe d'âge	Fonction de fécondité
15-19	0.270
20-24	0.630
25-29	0.840
30-34	0.660
35-39	0.420
40-44	0.150
45-49	0.030
Total	3.000

3) On suppose que la mortalité décroît à partir du niveau initial ( $c_0 = 30$  ans) et évolue à l'intérieur de l'univers des tables-types de mortalité du Modèle Ouest (sexe féminin) de A. Coale. et p. Demeny de la façon suivante :

( Durée en années : : Espérance de vie )			
( écoulee depuis : Niveau de : à la naissance )			
( le point de départ : mortalité : (en années) )			
( 0-5 : 6 : 32.5 )			
( 5-10 : 7 : 35.0 )			
( 10-15 : 8 : 37.5 )			
( 15-20 : 9 : 40.5 )			
( 20-25 : 10 : 42.5 )			
( 25-30 : 11 : 45.0 )			
( 30-35 : 12 : 47.5 )			
( 35-40 : 13 : 50.0 )			
( 40-45 : 14 : 52.5 )			
( 45-50 : 15 : 55.0 )			
( 50-55 : 16 : 57.5 )			
( 55-60 : 17 : 50.0 )			
( 60-65 : 18 : 62.5 )			
( 65-70 : 19 : 65.0 )			
( 70-75 : 20 : 67.5 )			
( 75-80 : 21 : 70.0 )			
( : : : )			



Tableau(12) - Comparaison entre la composition par âge des populations de la perspective  
du tableau (11) et celle des populations stables correspondantes

Groupe d'âge (en années)	Population stable Niveau 9	Perspective (20)	Population stable Niveau 13	Perspective (40)	Population stable Niveau 17	Perspective (60)	Population stable Niveau 21	Perspective (80)
0-4	1 655	1 638	1 737	1 713	1 801	1 784	1 847	1 845
5-9	1 354	1 340	1 428	1 401	1 487	1 469	1 525	1 518
10-14	1 181	1 159	1 219	1 176	1 249	1 229	1 264	1 253
15-19	1 030	968	1 040	1 005	1 048	1 023	1 048	1 036
20-24	891	853	882	859	876	861	867	856
25-29	764	743	745	734	730	717	716	710
30-34	651	652	626	624	606	597	591	591
35-39	552	567	523	507	502	502	486	486
40-44	464	488	435	438	414	422	399	405
45-49	388	416	360	414	339	354	325	332
50-54	319	348	294	318	275	293	263	271
55-59	256	284	235	263	218	228	209	215
60-64	195	219	180	208	168	184	163	175
65-69	139	157	131	155	124	155	122	134
70-74	89	100	87	104	84	99	85	94
75-79	48	52	49	60	49	60	52	56
80 et plus	24	16	28	21	32	23	38	23
Ensemble	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000

Note : Prenons par exemple la répartition par âge de la perspective 40 ans après le point de départ. De 35 à 40 ans après le point de départ, la mortalité correspond au niveau 13. La population stable "correspondante" est la population stable (extrapolée à partir des modèles de Coale et Demeny) obtenue en associant le niveau de mortalité 13 à un taux brut de reproduction égal à 3.000 (voir Coale et Demeny, op. cit. page 98)

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - EULER. "A general investigation into the mortality and multiplication of the human species," Theoretical Population Biology. Traduit par Nathan et Beatrice KEYFITZ Vol.1 n° 3, 1970
- 2 - LOTKA Alfred J. Théorie analytique des Associations Biologiques, Paris ; Hermann, 1939.
- 3 - Le concept de population stable. Application à l'étude des pays avec des statistiques incomplètes (Publications des Nations Unies N° E. 65 XIII.3).
- 4 - LOPEZ A. - Problems in stable population theory, Princeton, Office of Population Research, 1961 ; et COALE, Ansley J. The growth and structure of human population (A mathematical investigation). Princeton, New Jersey ; Princeton University Press, 1972.
- 5 - MORTARA, Giorgio. Methods of using census statistics for calculation of life tables and other demographics measures (with applications to the population of Brazil). New York ; Lake Success, 1949.
- 6 - VINCENT P. "La mortalité des vieillards". Population N° 2, 1951, voir aussi : DEPOID, F. "La mortalité des grands vieillards". Population. N° 4-5, 1973.
- 7 - Méthodes de projection de la population par sexe et par âge. Manuel III (Publications des Nations Unies N° 56 XIII. 3. (voir l'appendice).
- 8 - COALE, Ansley J. et DEMENY, P. Regional model life tables and stable populations. Princeton = Princeton Universities Press, 1968.

## IIe PARTIE-APPLICATIONS PRATIQUES

Nous avons expliqué brièvement dans la Ière partie de la présente étude comment les concepts de populations semi-stable et quasi-stable pouvaient être utilisés pour estimer certains paramètres démographiques. Cette méthode semble pleine de promesse, mais elle est sujette à des limitations pratiques rigoureuses que j'aimerais examiner dans la IIe partie. On insistera sur le concept de population semi-stable qui semble être moins connu et, donc, moins utilisé que celui de population quasi-stable.

Rappelons tout d'abord brièvement les fondements théoriques.

### HYPOTHESE DE BASE

On suppose que nous observons une population qui peut être considérée comme évoluant suivant un processus semi-stable ou quasi-stable. Cela signifie que nous avons constaté, par exemple, en comparant les résultats de recensements successifs, que sa répartition par âge demeure plus ou moins constante dans le temps. Un autre cas serait celui où nous n'avons pas pu vérifier la constance de la répartition par âge, mais où nous avons de bonnes raisons de penser que tel est le cas, par exemple, en sachant que la fécondité est restée pratiquement la même pendant longtemps.

Nous allons étudier les cas suivants :

I)  $c(x)$ , répartition par âge de la population est connue.

Ce cas se divise lui-même en deux sous-catégories :

a) Le taux d'accroissement,  $r$ , est connu

La fonction de survie est donnée par la formule :

$$p(x) = \frac{c(x) e^{rx}}{b} \quad (1)$$

b)  $p(x)$  est connu

$r$  est obtenu à partir de la même formule de la façon suivante.

Nous prenons le logarithme de (1), ce qui donne :

$$\text{Log } \frac{p(x)}{c(x)} = rx - \text{Log } b \quad (2)$$

Nous portons sur un graphique  $x$  en abscisse et  $\text{Log } \frac{p(x)}{c(x)}$  en ordonnée.

Pour chaque groupe d'âge, nous avons un point, tous ces points se trouvent sur une droite, dont la pente est  $r$  et dont l'ordonnée à l'origine est  $-\text{Log } b$ .

II) d(x), repartition par âge des décès est connue.

Ici, également, le cas se divise en deux sous-catégories.

a) r est connu

p(x) est donné par la formule :

$$p(x) = \frac{\int_x^w d(x) e^{rx} dx}{\int_0^w d(x) e^{rx} dx} \quad (3)$$

b) p(x), ainsi évidemment que  $\mu(x)$ , est connu.

Nous avons la relation suivante :

$$\frac{d}{b} e^{rx} = \frac{p(x) \mu(x)}{d(x)}$$

Ce qui peut s'écrire sous forme logarithmique :

$$\text{Log } \frac{d}{b} + rx = \text{Log } \frac{p(x) \mu(x)}{d(x)} \quad (4)$$

Nous portons sur un graphique x en abscisse et  $\text{Log } \frac{p(x) \mu(x)}{d(x)}$  en ordonnée, ce qui donne un point pour chaque groupe d'âge. Ces points se trouvent sur une droite dont la pente est égale à r et dont l'ordonnée à l'origine est  $\text{Log } \frac{b}{d}$ .

Cela nous donne la valeur de  $\frac{b}{d}$  mais nous connaissons également  $b-d = r$ . Il est donc facile de calculer b et d.

### III) Nous connaissons $c(x)$ et $d(x)$

Nous avons la relation :

$$\boxed{-\frac{c'(x)}{c(x)} = r \frac{c(x)}{d(x)} + d} \quad (5)$$

Sur un graphique, nous portons  $\frac{c(x)}{c(x)}$  en abscisse et  $-\frac{c'(x)}{c(x)}$  en ordonnée. Les points sont sur une droite, de pente égale à  $r$  et dont l'ordonnée à l'origine est égale à  $d$ , taux brut de mortalité. Une fois connue la valeur de  $r$ , pente de la droite sur le graphique, il est facile de calculer  $p(x)$  à partir de l'équation (1) ou de l'équation (3).

### EFFETS DES REGROUPEMENTS D'AGES

Les formules ont été écrites en notation continue, mais, en réalité, les répartitions par âge ne sont données que par groupes d'âge. Si nous avons des groupes d'âge quinquennaux, nous admettrons que le cinquième d'un groupe d'âge donne la valeur de  $c(x)$  pour l'âge médian du groupe quinquennal. Cela signifie que, quand nous disons que nous connaissons  $c(x)$  ou  $d(x)$ , nous ne connaissons en fait que la série  $c(2.5)$ ,  $c(7.5)$ ,  $c(12.5)$  etc... ou  $d(2.5)$ ,  $d(7.5)$ ,  $d(12.5)$  etc...

Remarquons que nous ne connaissons pas  $c(0)$  qui est égal à  $b$ , tandis que, dans les formules théoriques,  $b$  était connu dès que  $c(0)$  l'était. Dans les applications pratiques,  $c(0)$  doit être considéré comme inconnu.

Dans de nombreuses formules, figure l'expression  $\frac{c'(x)}{c(x)}$ .  
Nous avons vu que :

$$-\frac{c'(x)}{c(x)} = -\frac{p'(x)}{p(x)} + r = \mu(x) + r$$

Il s'ensuit que  $-\frac{c'(x)}{c(x)}$  est lié à  $c(x)$  de la même façon que  $\mu(x)$  est lié à  $p(x)$ .

Nous avons vu que, quand  $p(x)$  est connu pour des valeurs discrètes,

par exemple  $p(5)$  et  $p(10)$ , nous avons :

$$\mu(7.5) = -\frac{1}{5} \log \left[ 1 - \frac{p(5)-p(10)}{p(5)} \right]$$

(voir la formule (4) de la 1ère partie).

$c(x)$  est connu pour la série discrète 2.5, 7.5, 12.5, etc...

Nous avons donc, en appliquant cette formule :

$$\frac{c'(10)}{c(10)} = -\frac{1}{5} \log \left[ 1 - \frac{c(7.5) - c(12.5)}{c(7.5)} \right]$$

#### LES ERREURS DANS LA REPARTITION PAR AGE

En fait, les répartitions par âge observées ne sont pas parfaites. Elles souffrent notamment d'un sous-enregistrement des jeunes enfants.

Cela a deux conséquences :

a) La première valeur de la série des  $c(x)$ , c'est-à-dire  $c(2.5)$  est sous-estimée et ne peut pas être utilisée.

b) La population totale utilisée par le calcul de la répartition par âge est trop faible, en raison du sous-enregistrement des enfants. Par conséquent, les valeurs des  $c(x)$  sont trop élevées. En fait, nous connaissons la série  $kc(7.5)$ ,  $kc(12.5)$ , etc...  $k$  étant un coefficient plus grand que 1.

Il y a également des défauts dans la répartition par âge au-dessus de 5 ans, mais, à ces âges, ils résultent vraisemblablement d'erreurs de déclaration d'âge plutôt que de sous-enregistrement. Il y a des compensations entre les groupes d'âge et il est possible d'en tenir compte par les méthodes classiques d'ajustement.

Il y a, enfin, le problème des âges élevés. En général, le dernier groupe d'âge n'est pas quinquennal, mais du type "80 ans et plus". Ce groupe d'âge n'est pas utilisable, ce qui veut dire que la série s'arrête à un

certain âge. En outre, l'assimilation de la valeur de  $c(x)$  à celle correspondant à la valeur centrale du groupe est de moins en moins valide au fur et à mesure que l'âge augmente et l'utilisation de  $kc(x)$  devient de plus en plus discutable.

Ce que nous venons de dire pour  $c(x)$  s'applique également à  $d(x)$ . Nous ne connaissons, en fait, que la série  $hd(7.5)$ ,  $hd(12.5)$ , etc...  $h$  étant un coefficient supérieur à 1. Les dernières valeurs de la série sont discutables pour la même raison que pour  $c(x)$ , mais, ici, il y a en outre, très fréquemment, un sous-enregistrement des décès aux âges élevés.

#### QUELQUES CONSEQUENCES PRATIQUES

Examinons maintenant les limitations découlant de ces défauts pour l'utilisation des formules.

##### CAS Ia

Lorsque nous appliquons la formule (1), nous multiplions  $kc(x)$  par  $e^{rx}$ , ce qui nous donne, en fait,  $kc(x)e^{rx}$  qui est égal à  $kbp(x)$  et nous avons la série  $kbp(7.5)$ ,  $kbp(12.5)$ , etc... En divisant chaque terme par le premier, nous obtenons la fonction de survie d'une personne en vie à l'âge 7.5, jusqu'au dernier âge de la série des  $c(x)$ . Pour avoir la fonction complète  $p(x)$  à partir de l'âge zéro, nous devons appliquer une autre méthode de 0 à 7.5 années et nous devons extrapoler aux âges élevés pour atteindre l'âge  $W$ .

##### CAS Ib

Nous portons en ordonnées..:

$$\text{Log } \frac{p(x)}{kc(x)} = \text{Log } \frac{p(x)}{c(x)} - \text{Log } k.$$

Ce qui nous donne :

$$\text{Log } \frac{p(x)}{kc(x)} = rx - \text{Log } b - \text{Log } k = rx - \text{Log } bk$$



Nous avons toujours une droite de pente  $r$ , mais nous ne pouvons pas obtenir  $b$  à partir de l'ordonnée à l'origine. Cette ordonnée est  $b_k$  et  $k$  n'est pas connu.

#### CAS IIa

Nous utilisons en fait  $hd(x)$  au lieu de  $d(x)$ ,  $h$  étant supérieur à 1, ce qui nous donne la série :

$$hd(7.5) e^{rx}$$

$$hd(12.5)e^{rx}$$

.....

.....

$$hd(77.5)e^{rx}$$

Pour calculer  $\int_x^w d(x)e^{rx}dx$ , nous devons connaître les valeurs de  $d(x)$  de 77.5 ans à  $W$ . On ne peut les avoir que par extrapolation et ces valeurs extrapolées ont un poids relativement important dans la somme. Nous avons alors la série :

$$Ip(7.5), Ip(12.5), \text{ etc...}$$

où  $I$  est l'intégrale

$$I = \int_0^w d(x)e^{rx}dx$$

En divisant chaque terme par le premier, nous obtenons la fonction de survie d'une personne en vie à l'âge 7.5 ans jusqu'à 77.5 ans - (comme nous avons déjà extrapolé  $d(x)$  jusqu'à cet âge De 0 à 7.5 années, nous devons appliquer une autre méthode.

#### CAS IIb

Nous utilisons en fait  $hd(x)$  au lieu de  $d(x)$  et nous portons donc en ordonnées :

$$y = \text{Log} \frac{p(x) \mu(x)}{h d(x)} = \text{Log} \frac{p(x) \mu(x)}{d(x)} - \text{Log } h$$

$$y = \text{Log} \frac{d}{hb} + m$$

Nous avons toujours une droite de pente  $r$ , mais l'ordonnée à l'origine nous donne  $\frac{d}{hb}$  au lieu de  $\frac{d}{b}$  dans le cas théorique.

### CAS III

Nous portons en ordonnées  $y = -\frac{k}{h} \frac{c'(x)}{d(x)}$  et en abscisse

$$x = -\frac{k}{h} \frac{c(x)}{d(x)}$$

La relation (5) peut se mettre sous la forme :

$$-\frac{k}{h} \frac{c'(x)}{d(x)} = r - \frac{k}{h} \frac{c(x)}{d(x)} + \frac{k}{h} d \text{ ou encore :}$$

$$y = r x + \frac{k}{h} d \quad (5a)$$

Nous avons toujours une droite de pente  $r$ , mais l'ordonnée à l'origine est maintenant en fait  $\frac{k}{h} d$  et non plus  $d$ , comme dans le cas théorique.

### LES EFFETS PERTURBATEURS DES MIGRATIONS

Les migrations ont sur les répartitions par âge des effets perturbateurs qui peuvent être très importants. Dans la formule (1), un départ d'émigrant équivaut à un décès et une arrivée d'immigrant équivaudrait à une résurrection. Dans beaucoup de pays, il y a, par exemple, une émigration nette d'individus âgés de 15 à 35 ans, et une immigration nette d'individus âgés de 35 à 50 ans. Il s'ensuit que,

lorsqu'on utilise  $c(x)$  pour estimer  $p(x)$  à partir de la formule (1), la mortalité est sur-estimée de 15 à 35 ans et sous-estimée de 35 à 50 ans.

Il se produit une certaine compensation. L'effet sur l'espérance de vie à la naissance peut n'être pas très important, mais la forme de la fonction  $p(x)$  est modifiée, et, dans les applications pratiques, on peut trouver des fonctions  $p(x)$  qui ne soient pas continuellement décroissantes.

Il n'est pas nécessaire que les mouvements migratoires soient considérables pour qu'ils aient des effets importants. La mortalité est relativement basse entre 15 et 35 ans, même dans les pays où le niveau de la mortalité est élevé, et, comme chaque départ d'émigrant joue le même rôle qu'un décès, si le taux d'émigration est égal au taux de mortalité, cela a pour effet un doublement de ce taux de mortalité. Quand les mouvements migratoires sont importants, cette méthode ne peut pas être appliquée. Toutes les formules où figurent  $c(x)$  et  $c'(x)$  sont affectées pour la même raison.

La formule (3) qui utilise la répartition par âge des décès n'est pas tellement affectée par les mouvements migratoires. La fonction  $d(x)$  est perturbée par le fait que les décès d'immigrants ne sont pas enregistrés, mais cet effet n'est pas considérable. Par exemple, si 1.000 individus quittent le pays, cela a sur  $p(x)$  le même effet que 1.000 décès supplémentaires. Si le taux de mortalité de ces 1.000 individus est de 1 pour cent, leur départ équivaut seulement à l'omission de 10 décès pour le calcul de  $p(x)$  par la formule (3).

Jusqu'ici, nous n'avons considéré que les distorsions de  $c(x)$  et de  $d(x)$ , mais  $r$  et  $p(x)$  figurent également dans la formule. Considérons maintenant  $r$ .

#### DIFFICULTES D'ESTIMATION DE $r$

En général  $r$  est obtenu en comparant deux recensements successifs. Un tel taux est la résultante du mouvement naturel et du mouvement migratoire, mais, lorsque nous appliquons cette méthode, nous savons que le solde migratoire n'est pas très important. Autrement nous ne l'utiliserions pas. Nous nous trouvons donc toujours dans un cas où le taux d'accroissement inter-

censitaire est une bonne mesure du taux d'accroissement naturel.

Une autre difficulté provient de l'amélioration de l'exhaustivité du recensement. Le taux intercensitaire peut être affecté considérablement par le fait que les recensements s'améliorent avec le temps.

Il y a une façon très simple d'estimer  $r$ , qui donne parfois de très bons résultats. Par définition, nous étudions des populations à répartition par âge constant. En outre, la fécondité reste en général également constante, au moins, au cours d'une certaine période, par exemple 10 ans. Une fécondité constante appliquée à une répartition constante par âge donne un nombre de naissances qui s'accroît au même taux que la population. En portant sur un graphique les logarithmes des nombres absolus de naissances, on obtient une série de points auxquels on peut ajuster une droite, dont la pente est égale à  $r$ .

Quand l'enregistrement des naissances n'est pas complet, la méthode est encore valide à condition que la couverture de l'enregistrement reste constante.

On peut utiliser aussi la même méthode avec les mariages. La nuptialité ne varie pas beaucoup au cours d'une période décennale.

Dans un cas concret, il faut appliquer toutes ces méthodes.

#### DIFFICULTES D'ESTIMATION DE $p(x)$

Voyons enfin la fonction  $p(x)$ . On peut connaître cette fonction à partir de la répartition par âge d'un seul recensement et des décès par âge au cours de l'année du recensement. On peut alors appliquer la formule (2) en vue de déterminer  $r$ . Il est également possible que  $p(x)$  ait été estimé à partir d'une enquête par sondage.

Il arrive parfois que, sans connaître exactement la fonction  $p(x)$ , on ait une idée du niveau approximatif de la mortalité. Si nous faisons l'hypothèse supplémentaire que la fonction  $p(x)$  appartient à un ensemble

de tables types de mortalité, nous pouvons choisir dans cet ensemble la table correspondant au niveau estimé.

Lorsqu'on admet que  $p(x)$  appartient à un ensemble donné (E) de tables types de mortalité, on applique parfois comme suit la formule (2) :

Supposons que nous connaissions  $c(x)$  et  $r$ . Pour chacune des tables de l'ensemble nous calculons  $\frac{p(x)}{c(x)}$  et nous portons cette valeur en ordonnée avec  $x$  en abscisse. Nous obtenons pour chaque table une série de points.

Comme les variations de la mortalité ont peu d'effet sur la répartition par âge, on peut ajuster une droite à chaque série de points, ce qui nous donne un ensemble de droites avec des pentes différentes. Parmi ces droites, il y en a une dont la pente est égale à  $r$ . Nous adoptons le  $p(x)$  correspondant comme fonction de survie de la population.

Il peut sembler surprenant de faire un détour par l'ensemble de tables types de mortalité pour estimer  $p(x)$ . Comme nous supposons  $c(x)$  et  $r$  connus, il est possible de calculer directement  $p(x)$  à partir de la formule (1). Mais nous avons vu que l'application de la formule (1) soulève des difficultés quand il y a des mouvements migratoires, même peu importants. En faisant appel aux tables types de mortalité, nous n'éliminons évidemment pas l'effet des migrations, mais cela se fait sans doute plus facilement en ajustant une droite à une série de points qu'en ajustant une courbe.

Nous allons maintenant appliquer ces considérations générales à des exemples concrets. Il n'est pas possible de considérer dans le cadre de la présente étude, toutes les applications possibles des concepts de population semi-stables et quasi-stables. Premièrement, comme nous l'avons indiqué ci-dessus, nous limiterons nos applications pratiques au concept de population semi-stable. Et même, dans le cadre de ce concept, nous n'examinerons qu'un nombre limité de cas pratiques en espérant stimuler ainsi des recherches ultérieures.

La meilleure façon de commencer à appliquer concrètement ces

concepts est d'utiliser des populations parfaitement stables calculées avec une fonction  $p(x)$  donnée et un taux d'accroissement donné,  $r$ , et d'essayer d'appliquer la série de formules données ci-dessus.

#### APPLICATION DE LA FORMULE (2)

Considérons donc la population stable du sexe féminin des tables de Coale et Demeny correspondant au niveau (13) du modèle Sud de mortalité et à un taux d'accroissement  $r = 0.030$ . La répartition par âge quinquennale est produite à partir des tables de Coale et Demeny. Dans la dernière colonne du tableau (1), nous avons  $\text{Log } \frac{p(x)}{c(x)}$ .

Dans le graphique (1), nous avons porté  $x$  en abscisse et  $\text{Log } \frac{p(x)}{c(x)}$  en ordonnée. Nous obtenons une magnifique droite de pente  $r = 0.030$ . L'ordonnée à l'origine est  $b = 0.0468$ , que l'on comparera à la vraie valeur,  $b = 0.04668$ . Le résultat montre que la formule (2) est un bon outil pour estimer  $r$  quand  $p(x)$  et  $c(x)$  sont connus et, évidemment, quand la répartition par âge,  $c(x)$ , peut être assimilée à celle d'une population semi-stable.

Il est intéressant de remarquer que l'on obtient également des droites satisfaisantes en associant la même répartition par âge avec d'autres fonctions  $p(x)$ . Pour illustrer ce point, nous utiliserons les fonctions  $p(x)$  des niveaux (5), (9), (13) et (17) du Modèle Ouest des tables de Coale et Demeny. Les espérances de vie féminines à la naissance correspondantes sont égales à 30, 40, 50 et 60 ans.

Le graphique (2) montre clairement que nous obtenons des droites satisfaisantes pour tous ces niveaux, si nous ne tenons pas compte des points correspondants aux âges 60 et au-dessus. Mais nous avons vu que les groupes d'âges élevés sont sujets à caution et doivent souvent être négligés. Si nous limitons nos calculs à l'intervalle 5-59 ans, nous constatons que presque toutes les fonctions  $p(x)$  sont compatibles avec la fonction  $c(x)$  donnée. C'est une conséquence du fait, que nous avons mentionné plus haut, que les variations de la mortalité ont très peu d'effets sur la composition par âge des populations semi-stables. Bien entendu, la pente de la droite varie avec  $p(x)$ , et il n'y a qu'une seule fonction pour laquelle cette pente est égale à 0.030. En interpolant sur le graphique (2), nous trouvons que  $r$  est égal à 0.030 pour le niveau (15) de mortalité, qui correspond à une

espérance de vie à la naissance de 55 ans pour le sexe féminin.

Rappelons que nous avons commencé avec une population stable du Modèle Sud dont l'espérance de vie à la naissance était égale à 50 ans. En appliquant le Modèle Ouest à la même composition par âge, nous obtenons une espérance de vie à la naissance égale à 55 ans.

Nous avons expliqué plus haut que la formule (2) est parfois utilisée comme suit : le taux d'accroissement  $r$  est connu, ainsi que  $c(x)$ . On fait une hypothèse supplémentaire : on admet que la mortalité évolue dans le cadre d'un ensemble donné de tables-types. On effectue les calculs avec différentes fonctions  $p(x)$  ce qui donne un graphique analogue au graphique (2). On détermine alors par interpolation la fonction  $p(x)$  correspondant aux valeurs connues de  $r$ . Les calculs ci-dessus montrent que le résultat dépend du réseau de tables types utilisées. La différence entre le Modèle Sud et le Modèle Nord peut atteindre 5 ans, c'est-à-dire une variation de 10 % pour une espérance de vie égale à 50 ans.

Une telle différence peut sembler rédhibitoire. Mais ce mauvais résultat provient de ce que nous exigeons trop de la méthode. Comme nous n'utilisons pas les groupes d'âge 0-4 et 80 ans et plus, ce que nous obtenons, c'est le niveau de la mortalité de 7.5 à 77.5 ans dans le Modèle Sud, pour le niveau (13), nous avons :

$$\frac{1}{p(7.5)} \int_{7.5}^{77.5} p(x) dx = 55.18$$

Autrement dit, à 7.5 ans, l'espérance de vie entre 7.5 et 77.5 ans s'élève à 55.18 ans.

Dans le Modèle Sud, nous avons :

$$\frac{1}{p(7.5)} \int_{7.5}^{77.5} p(x) dx = 55.77$$

La différence entre les deux résultats est faible. Cela signifie que le niveau de la mortalité entre 7.5 et 77.5 ans peut être estimé en

utilisant n'importe quel réseau de tables types de mortalité.

Si nous voulons aller plus loin, il faut que nous ayons quelques données sur la mortalité au-dessus de 7.5 ans et après 77.5 ans. Au-dessus de 77.5 ans les différences ne sont pas très marquées entre les différents modèles de tables de mortalité. Au-dessous de 7.5 elles sont au contraire très importantes.

Si nous admettons que nous sommes dans le Modèle Ouest, nous obtenons une espérance de vie à la naissance de 55 ans, tandis qu'avec le Modèle Sud, l'espérance de vie est de 50 ans, mais cette différence de 5 ans ne provient pas de la méthode. Elle découle en fait de l'hypothèse que nous adoptons pour la mortalité au-dessous de 7.5 ans et la seule façon de faire un choix à cet égard, c'est d'avoir des données supplémentaires sur la mortalité au-dessous de 7.5 ans.

#### APPLICATION DE LA FORMULE (4)

Essayons maintenant d'appliquer la formule (4). Nous utiliserons la population stable du sexe féminin des modèles de Coale et Demeny correspondant au niveau (13) du Modèle Ouest de mortalité et à un Taux Brut de Reproduction égal à 3.0. La répartition par groupe d'âge quinquennal des décès entre 5 et 79 ans est reproduite dans le tableau (2) ainsi que les fonctions  $p(x)$  et  $\mu(x)$ .

Dans la dernière colonne, on donne la valeur de la quantité :

$$\text{Log } \frac{p(x) \mu(x)}{d(x)}$$

Sur le graphique (3), on a porté en abscisses  $x$  et en ordonnées

$$\text{Log } \frac{p(x) \mu(x)}{d(x)} .$$

On peut voir que l'on obtient une droite presque parfaite, dont la pente est  $r = 0.02776$ .



L'ordonnée à l'origine est  $\text{Log } \frac{d}{b} = -1.02$ , ce qui donne :

$$\frac{d}{b} = 0.3606.$$

A partir de l'estimation de  $r$  :

$$r = 0.2776 = b - d$$

On obtient :

$$b = 0.04342$$

$$d = 0.01566$$

$$r = 0.02776$$

que l'on comparera aux vraies valeurs :

$$b = 0.04342$$

$$d = 0.01568$$

$$r = 0.02774$$

On peut en conclure que la formule (4) donne de très bons résultats, à condition, bien entendu, que la population puisse être considérée comme semi-stable.

#### APPLICATION DE LA FORMULE (6)

Le tableau (3) donne les calculs détaillés pour l'application de la formule (6), à partir d'une population stable obtenue en associant une table de mortalité féminine du Modèle Ouest (niveau 15) avec un taux d'accroissement  $r = 0.015$ .

En principe, les valeurs de la dernière colonne devraient être toutes identiques et égales à  $r = 0.015$ . En raison de l'utilisation de groupes d'âge, il y a en fait quelques fluctuations autour de ce niveau, mais les résultats sont tout à fait satisfaisants.

#### APPLICATION DE LA FORMULE (5)

Le tableau (4) montre les calculs effectués à partir de la même population que dans le tableau (3) pour appliquer la formule (5). Dans le graphique (4), on a porté  $\frac{c(x)}{d(x)}$  en abscisse et  $-\frac{c'(x)}{d(x)}$  en ordonnée. On obtient une droite presque parfaite de pente  $r = 0.015$ . L'ordonnée à l'origine  $d_{xt} = 0.015$  donne une estimation du taux brut de mortalité, que l'on comparera au taux réel  $d = 0.01414$ .

Ici encore, la formule (5) donne de très bons résultats.

#### APPLICATION A DES POPULATIONS REELLES

Nous allons maintenant quitter les populations parfaitement stables pour des populations réelles et nous prendrons comme exemple les statistiques démographiques de la Syrie.

#### DONNEES BRUTES DISPONIBLES EN SYRIE

Deux recensements ont eu lieu en Syrie : le 21 Septembre 1960 et le 23 Septembre 1970. Les répartitions par âge de 5 à 74 ans sont données dans le tableau (5). Est-il possible de considérer que la population de la Syrie a évolué de 1960 à 1970 selon un processus semi-stable ? En d'autres termes, est-il possible d'admettre que la répartition par âge est restée la même en 1960 et 1970 ? Si nous admettons ce point de vue, cela signifie que les divergences qui apparaissent dans le tableau (5) sont dues à de fausses déclarations d'âge ou à des différences d'exhaustivité du recensement suivant l'âge. A vrai dire, on ne voit pas d'autre explication et, par conséquent, nous retiendrons l'hypothèse de l'évolution semi-stable. Mais il faut dire que la répartition par âge supposée constante n'est pas connue et il faut nous attendre à obtenir des résultats relativement mauvais dans l'application des formules ci-dessus.

Que peut-on dire à propos du taux d'accroissement naturel,  $r$ , entre 1960 et 1970 ? Si nous admettons que la couverture des deux recensements était la même et en négligeant les mouvements migratoires<sup>(1)</sup>, nous avons au bas du

---

(1) Dans le tableau (1), les Palestiniens sont exclus.

tableau (5), les estimations de  $r$ , au milieu de l'intervalle entre les deux recensements, c'est-à-dire 1965. La différence entre les deux sexes est négligeable et également, si nous nous limitons à la population âgée de 5 à 74 ans.

Est-il possible d'utiliser les déclarations de naissances ? On dispose des nombres annuels de naissance en Syrie de 1957 à 1973. Ils figurent dans le tableau (6) et, sur le graphique (5), nous avons porté les logarithmes des nombres annuels des naissances. Si l'on admet que la répartition par âge est constante, ainsi que la fécondité, si la couverture de l'état civil est invariable, le nombre actuel de naissance augmente au même taux que la population.

L'état-civil est tout à fait récent en Syrie et, au début, il y a eu probablement une augmentation de la couverture, avec des mouvements irréguliers. Il semble que, vers 1965, le régime de croisière ait été atteint, et un taux de 0.032 en 1965 est tout à fait en accord avec l'augmentation du nombre annuel des naissances enregistrées de 1965 à 1968. Les points correspondant à 1972 et 1973 font apparaître une augmentation du taux d'accroissement ce qui est normal, en raison de la baisse de la mortalité que l'on sait s'être produite durant cette période.

Nous adopterons finalement les données suivantes :

- a) la répartition par âge du tableau (5)
- b) un taux d'accroissement naturel  $r = 0.032$ .

#### APPLICATION DE LA FORMULE (1)

Comme la répartition par âge n'est pas très bien connue, nous ferons successivement les calculs avec les répartitions par âge de 1960 et 1970. Le tableau (7) donne les calculs relatifs à la population masculine de 1960. En divisant les chiffres de la colonne (4) par le chiffre figurant en tête de cette colonne (2614), nous obtenons, dans la colonne (5), la fonction de survie pour 1000 personnes en vie à 7.5 ans. Le graphique (6) donne une représentation de cette fonction.

Nous voyons clairement les effets des mouvements migratoires et des erreurs sur les âges. La mortalité est sous-estimée au-dessous de 25 ans et peut-être sur-estimée, au-dessus de 25 ans, s'il y a un mouvement de migrations de retour.

Si l'on admet que les deux mouvements se compensent, à 7.5 ans, l'espérance de vie de 7.5 à 72.5 ans serait de 49.5 ans. Le calcul figure à la colonne (6).

Les mêmes calculs à partir de la répartition par âge de 1970 ne donnent pas de meilleurs résultats. L'espérance de vie à 7.5 ans, pour l'intervalle 7.5 - 72.5 est égale à 44.3 ans.

Comme les femmes sont moins affectées que les hommes par les migrations, on pourrait s'attendre à obtenir de meilleurs résultats en utilisant la répartition féminine par âge, au lieu de la répartition masculine. Mais cet espoir ne se concrétise pas et on trouve les mêmes défauts dans les courbes de survie des femmes pour 1960 et 1970. Cette constatation conduit à penser que ces défauts s'expliquent par des omissions dans le recensement et non par les mouvements migratoires.

#### APPLICATION DE LA FORMULE (2)

Voyons si nous pouvons améliorer nos estimations en faisant l'hypothèse supplémentaire suivant laquelle la mortalité en Syrie a évolué conformément à un ensemble de tables types de mortalité. Nous ferons les calculs avec le Modèle Ouest de Princeton (1).

Le tableau (8) donne les calculs avec le niveau de mortalité (13) et, sur le graphique (7),  $x$  est porté en abscisse, et  $\text{Log } \frac{p(x)}{c(x)}$  en ordonnée. Nous avons une série de points, auxquels il faut ajuster une droite. Les trois derniers points, qui correspondent aux trois groupes d'âge au-dessus de 60 ans, ne doivent pas être pris en considération. De 15 à 30 ans, nous trouvons les défauts déjà observés sur le graphique (6). Les autres points peuvent être ajustés de façon satisfaisante à une droite dont la pente est égale à 0.032. Nous sommes donc tentés d'adopter la table-type de mortalité du Modèle Ouest correspondant au niveau 13. Dans cette table-type, à 7.5 ans, l'espérance de

vie de 7.5 à 72.5 ans est égale à 49.5, résultat à comparer avec la même espérance de vie calculée dans le tableau (7). Les deux résultats sont les mêmes.

Avec la composition par âge de 1970, la pente de la droite ajustée est la suivante suivant différents niveaux de mortalité :

Niveau	Pente
12	0.029
13	0.033
14	0.034

Une pente de 0.032 correspondrait à un niveau de mortalité compris entre 12 et 13.

Tous ces calculs peuvent être refaits avec une autre série de tables-types. Nous avons essayé le Modèle Sud des tables de mortalité de Coale et Demeny.

Avec le niveau (13), nous obtenons pour la répartition par âge de 1970 une droite ajustée dont la pente est 0.033 comme avec le Modèle Ouest.

Il semble donc que le choix du modèle de mortalité n'a pas une très grande influence sur les résultats.

Il est intéressant de comparer ces résultats avec ceux qui ont été obtenus par K.E. Vaidyanathan dans sa tentative d'élaboration de "Tables abrégées de Mortalité pour la Syrie en 1965"<sup>(2)</sup> à partir de méthodes complètement différentes. Le tableau (9) permet de comparer le niveau (13) du Modèle Sud à la table de Vaidyanathan. Les deux tables sont voisines.

Nos calculs conduisent à une mortalité un peu supérieure à celle du niveau (13) et donc un peu plus élevée que la mortalité estimée par

Vaidyanathan.

Nos données ne permettent d'estimer la mortalité que pour l'intervalle de 7.5 à 72.5 ans. Au delà de 72.5 ans, on peut extrapoler en utilisant les tables-types, mais au-dessous de 7.5 ans, il est nécessaire d'avoir des données supplémentaires sur la mortalité des jeunes enfants.

#### QUELQUES REMARQUES POUR CONCLURE

En Syrie, la répartition par âge des décès est publiée seulement par très grands groupes d'âge pour les décès dont la cause est connue. Ceux-ci ne représentent que 25 % du total des décès. Par conséquent, il n'est pas possible d'appliquer les autres formules à la Syrie.

Cependant, nous pouvons conclure de l'exemple syrien que, avec une répartition par âge imparfaite, le concept de population semi-stable permet d'estimer rapidement et avec une précision relativement bonne le niveau de la mortalité - sauf pour les jeunes enfants. Pour ces enfants des données supplémentaires sont nécessaires, en particulier en ce qui concerne la mortalité infantile. Si ces données ne sont pas disponibles, il est évidemment toujours possible de faire certaines hypothèses, mais les estimations du taux brut global de mortalité, et, par conséquent, du taux brut de natalité dépendent dans une très large mesure de ces hypothèses.

Tableau 1 - APPLICATION DE LA FORMULE (2)

( Groupes d'âge :	(a)	:	(b)	:	$\frac{p(x + 2.5)}{c(x + 2.5)}$
( quinquennaux :	5 c(x + 2.5)	:	5 p(x + 2.5)	:	Log
( (en années) :		:		:	
( 5-9 :	0.1442	:	3.870	:	3.290
( 10-14 :	0.1219	:	3.801	:	3.440
( 15-19 :	0.1033	:	3.741	:	3.589
( 20-24 :	0.0870	:	3.661	:	3.740
( 25-29 :	0.0730	:	3.569	:	3.890
( 30-34 :	0.0611	:	3.472	:	4.040
( 35-39 :	0.0511	:	3.370	:	4.189
( 40-44 :	0.0425	:	3.261	:	4.340
( 45-49 :	0.0353	:	3.142	:	4.489
( 50-54 :	0.0290	:	2.998	:	4.638
( 55-59 :	0.0234	:	2.810	:	4.788
( 60-64 :	0.0182	:	2.544	:	4.940
( 65-69 :	0.0133	:	2.165	:	5.092
( 70-74 :	0.0088	:	1.660	:	5.240
( 75-79 :	0.0049	:	1.069	:	5.385
( 0-1 :	0.0421	:	0.915	:	
( 1-4 :	0.1381	:	3.238	:	
( 80 et plus :	0.0027	:	0.714	:	
( Tous âges :	1.0000	:	50.000 <sup>(c)</sup>	:	
( :		:		:	

a) Population stable correspondant à la table-type de mortalité, sexe féminin Modèle Sud, niveau (13). (Espérance de vie à la naissance = 50 ans), associée à un taux d'accroissement  $r = 0.030$ . Coale A.J. et Demeny P. "Regional Model Life Tables and Stable Populations". Princeton - Princeton University Press. 1966 page 704.

b) Coale A.J. et Demeny P. op. cit. page 668.

c) Espérance de vie à la naissance (50 ans).

Tableau (2) APPLICATION DE LA FORMULE (4)

Groupes d'âge	(a)	(b)	(a)	(c)	A
quinquennaux	(a)	(b)	(a)	(c)	A
(en années)	$5p(x + 2.5)$	$5d(x + 2.5)$	$5Qx$	$\mu(x + 2.5)$	
5-9	4.049	0.0396	0.02136	0.00432	-0.817
10-14	3.972	0.0262	0.01659	0.00335	-0.678
15-19	3.894	0.0305	0.02261	0.00457	-0.539
20-24	3.794	0.0332	0.02886	0.00586	-0.401
25-29	3.677	0.0317	0.03266	0.00664	-0.261
30-34	3.549	0.0303	0.03704	0.00755	-0.123
35-39	3.410	0.0285	0.04151	0.00848	0.015
40-44	3.260	0.0266	0.04644	0.00951	0.153
45-49	3.097	0.0255	0.05376	0.01105	0.294
50-54	2.904	0.0280	0.07168	0.01487	0.433
55-59	2.663	0.0301	0.09530	0.02001	0.571
60-64	2.352	0.0349	0.14005	0.03012	0.708
65-69	1.960	0.0369	0.19797	0.04394	0.848
70-74	1.490	0.0380	0.29176	0.06832	0.985
75-79	0.978	0.0334	0.41629	0.10514	1.124
0-1	0.923	0.3251			
1-4	3.360	0.1621			
80 et plus	0.668	0.0394			
Tous âges	50.000 <sup>(d)</sup>	1.000			

a) Table de mortalité, sexe féminin. Modèle Ouest, niveau (13)  
(Coale A.J. et Demeny P. op. cit. page 14).

b) Population stable féminine, correspondant à un taux brut de reproduction égal à 3.0, associé au niveau (13) de mortalité (Coale A.J. et Demeny P. op. cit. page 99).

c) Calculé à partir de la formule :

$$\mu(x + 2.5) = -\frac{1}{5} \log [1 - 5Qx]$$

Il est intéressant de remarquer que  $\mu(x + 2.5)$  est presque identique à  $m(x, x + 4)$ , taux quinquennal de mortalité.



d) Espérance de vie à la naissance : 50 ans.

$$A = \text{Log} \frac{p(x + 2.5) \mu(x + 2.5)}{d(x + 2.5)}$$

TABEAU (3) APPLICATION DE LA FORMULE (6)

		: Table type de mortalité :		Population stable (b) :	
		: sexe féminin :		avec r = 0.015 :	
		Niveau (15) (a)			
Groupe d'âge	Population : p(x + 2.5)	5c(x + 2.5)		$-\frac{c'(x+5)}{c(x+5)}$	Différence
quinquennaux	stationnaire:				
(en années)					
(1)	(2)	(3) (c)	(4)	(5) (d)	(5)-(3)
5-9	0.0777	0.00285	0.1112	0.01766	0.01481
10-14	0.0766	0.00289	0.1018	0.01808	0.01519
15-19	0.0755	0.00401	0.0930	0.01893	0.01492
20-24	0.0740	0.00493	0.0846	0.02013	0.01520
25-29	0.0722	0.00562	0.0765	0.02035	0.01473
30-34	0.0702	0.00637	0.0691	0.02136	0.01499
35-39	0.0680	0.00749	0.0621	0.02247	0.01498
40-44	0.0655	0.00849	0.0555	0.02369	0.01527
45-49	0.0628	0.01113	0.0493	0.02595	0.01482
50-54	0.0594	0.01503	0.0433	0.02983	0.01480
55-59	0.0551	0.02184	0.0373	0.03700	0.01516
60-64	0.0494	0.03246	0.0310	0.04788	0.01542
65-69	0.0420	0.05006	0.0244	0.06534	0.01528
70-74	0.0327	0.07836	0.0176	0.09219	0.01383
75-79	0.0221		0.0111		
0-1			0.0271		
1-4			0.0977		
80 et plus			0.0074		
Tous âges			1.0000		

a) Table-type de mortalité tirée de Coale A.J. et Demeny P. op. cit. page 54. La population stationnaire figure dans les séries de populations stables pour r = 0.

b) Population stable tirée de Coale A.J. et Demeny P. op. cit. page 54.

c) Calculé à partir de la formule (7), par exemple :

$$\mu(7.5) = -\frac{1}{5} \log \left[ 1 - \frac{0.0766}{0.0777} \right] = 0.00285$$

d) Calculé à partir de la formule (7).

TABLEAU (4) APPLICATION DE LA FORMULE (5)

	(a)	(b)	(c)	(d)
(Groupe d'âge : Population stable avec :	$c(x + 2.5)$	$c(x + 5)$	$c'(x + 5)$	$c'(x + 5)$
(quinquennaux : $r = 0.015$ :				
(en années) :	$5c(x + 2.5)$	$5d(x + 2.5)$	$d(x + 5)$	$c(x + 5)$
( 5-9 : 0.1112 : 0.0250 : 4.448 : 5.099 : 0.01766 : 0.09005 )				
( 10-14 : 0.1018 : 0.0177 : 5.751 : 4.889 : 0.01808 : 0.08839 )				
( 15-19 : 0.0930 : 0.0231 : 4.026 : 3.551 : 0.01893 : 0.06722 )				
( 20-24 : 0.0846 : 0.0275 : 3.076 : 2.885 : 0.02013 : 0.05808 )				
( 25-29 : 0.0765 : 0.0284 : 2.694 : 2.530 : 0.02035 : 0.05149 )				
( 30-34 : 0.0691 : 0.0292 : 2.366 : 2.225 : 0.02136 : 0.04753 )				
( 35-39 : 0.0621 : 0.0298 : 2.084 : 1.949 : 0.02247 : 0.04379 )				
( 40-44 : 0.0555 : 0.0306 : 1.814 : 1.661 : 0.02369 : 0.03935 )				
( 45-49 : 0.0493 : 0.0327 : 1.508 : 1.306 : 0.02595 : 0.03389 )				
( 50-54 : 0.0433 : 0.0392 : 1.105 : 0.956 : 0.02983 : 0.02852 )				
( 55-59 : 0.0373 : 0.0462 : 0.807 : 0.670 : 0.03700 : 0.02479 )				
( 60-64 : 0.0310 : 0.0583 : 0.532 : 0.444 : 0.04788 : 0.02126 )				
( 65-69 : 0.0244 : 0.0687 : 0.355 : 0.289 : 0.06534 : 0.01888 )				
( 70-74 : 0.0176 : 0.0785 : 0.224 : 0.184 : 0.09219 : 0.01696 )				
( 0-1 : 0.0271 : 0.1912 : : : : : )				
( 1-4 : 0.0977 : 0.0894 : : : : : )				
( 80 et plus : 0.0074 : 0.1074 : : : : : )				
( Tous âges : 1.0000 : 1.0000 : : : : : )				
( : : : : : )				

a) Population stable du tableau (6), colonne (4), extraite de Coale A.J. et Demeny P. op. cit. pages 54 et 55.

b) Obtenu en interpolant les données de la colonne précédente.  
Par exemple  $\frac{4.448 + 5.751}{2} = 5.099$

c) Repris du tableau (3), colonne (5).

d) Obtenu en multipliant les chiffres des deux colonnes précédentes

TABLEAU (5) SYRIE. Répartition par âge de la population âgée de 5 à 74 ans aux recensements de 1960 et 1970 et taux annuels d'accroissement de 1960 à 1970.

( Groupes d'âge :	:	:	:	)
( quinquennaux :	Sexe masculin	:	Sexe féminin	)
( (en années) :	1960	1970	1960	1970
( :	:	:	:	)
( 5-9 :	2 058	2 179	1 872	2 113
( 10-14 :	1 475	1 727	1 396	1 628
( 15-19 :	1 039	1 197	1 076	1 208
( 20-24 :	902	932	976	908
( 25-29 :	844	657	968	749
( 30-34 :	797	608	764	682
( 35-39 :	677	617	670	650
( 40-44 :	485	539	450	512
( 45-49 :	430	418	400	395
( 50-54 :	351	307	436	305
( 55-59 :	267	240	262	229
( 60-64 :	302	247	355	270
( 65-69 :	194	166	173	175
( 70-74 :	179	166	202	176
( :	:	:	:	)
( :	10 000	10 000	10000	10 000
( :	:	:	:	)
(Population âgée:	:	:	:	)
(de 5 à 74 ans :	1834 852	2 565 678	1 754964	2 444 295
(Population :	:	:	:	)
( totale :	2344 224	3 233 110	2 220 897	3 071 575
(TAUX MOYEN ANNU:	:	:	:	)
(EL D'ACCROIS-	:	:	:	)
( SEMENT (P)	:	:	:	)
(Population 5 - :	:	:	:	)
( 74 :	:	0.03350	:	0.0331
(Population :	:	:	:	)
( totale :	:	0.0321	:	0.0324
( :	:	:	:	)

TABLEAU (6) Naissances enregistrées annuellement en SYRIE

(	:	:	)
(	Année	Naissances (B)	Log B
(	:	:	)
(	1957	99 186	11.505
(	1958	119 964	11.695
(	1959	113 499	11.640
(	1960	147 753	11.903
(	1961	124 605	11.733
(	1962	125 529	11.740
(	1963	137 341	11.830
(	1964	158 354	11.973
(	1965	175 777	12.077
(	1966	174 931	12.072
(	1967	183 900	12.122
(	1968	190 533	12.158
(	1969	181 925	12.111
(	1970	191 728	12.164
(	1971	201 988	12.216
(	1972	231 505	12.352
(	1973	245 282	12.410
(	:	:	)

TABLEAU (7) SYRIE

Application de la formule (1) à partir de la répartition masculine  
par âge au recensement de 1960

( Groupes d'âge: (a) :	(b) :	:	:	:	:
( quinquennaux : :	$r(x + 2.5)$ :	:	:	:	:
( (en années) : $5c(x + 2.5)$ :	$5xc(x+2.5)$ :	$x + 2.5$ :	$p(x + 2.5)$ :	A	)
( 5-9 :	2 058 :	2 614 :	7.5 :	1 000 :	4 603 )
( 10-14 :	1 475 :	2 198 :	12.5 :	841 :	3 840 )
( 15-19 :	1 039 :	1 816 :	17.5 :	695 :	3 505 )
( 20-24 :	902 :	1 849 :	22.5 :	707 :	3 710 )
( 25-29 :	844 :	2 030 :	27.5 :	777 :	4 093 )
( 30-34 :	797 :	2 248 :	32.5 :	860 :	4 293 )
( 35-39 :	677 :	2 240 :	37.5 :	857 :	3 943 )
( 40-44 :	485 :	1 882 :	42.5 :	720 :	3 673 )
( 45-49 :	430 :	1 958 :	47.5 :	749 :	3 665 )
( 50-54 :	351 :	1 874 :	52.5 :	717 :	3 393 )
( 55-59 :	267 :	1 672 :	57.5 :	640 :	3 723 )
( 60-64 :	302 :	2 219 :	62.5 :	849 :	3 723 )
( 65-69 :	194 :	1 672 :	67.5 :	640 :	3 330 )
( 70-74 :	179 :	1 810 :	72.5 :	692 :	)
( :	:	:	:	:	:
( : 10 000 :	:	:	:	:	49 494 )
( :	:	:	:	:	:

a) Recensement Syrien de 1960, (voir tableau 5)

b)  $r = 0.032$

A) Dans cette colonne, on trouve successivement :

$$\int_{7.5}^{12.5} p(x) dx. \int_{12.5}^{17.5} p(x) dx... etc...$$

La somme de ces quantités divisée par 10 représente l'espérance  
de vie à 7.5 pour l'intervalle 7.5 à 72.5 ans, ce qui donne 49.5 années.

TABLEAU (8) SYRIE  
Application de la formule (2)

( Age : (a) : : : (b) : : p(x + 2.5) )							
( x : p(x) : x + 2.5 : p(x + 2.5) : 5 c(x + 2.5) : Log : $\frac{p(x + 2.5)}{5c(x + 2.5)}$ )							
( : : : : : : : )							
( 5 : 800 : 7.5 : 792 : 2 058 : 1.348 )							
( 10 : 783 : 12.5 : 777 : 1 475 : 1.662 )							
( 15 : 771 : 17.5 : 763 : 1 039 : 1.994 )							
( 20 : 755 : 22.5 : 743 : 902 : 2.109 )							
( 25 : 731 : 27.5 : 718 : 844 : 2.141 )							
( 30 : 706 : 32.5 : 693 : 797 : 2.163 )							
( 35 : 679 : 37.5 : 663 : 677 : 2.282 )							
( 40 : 647 : 42.5 : 628 : 485 : 2.561 )							
( 45 : 610 : 47.5 : 588 : 430 : 2.616 )							
( 50 : 566 : 52.5 : 540 : 351 : 2.733 )							
( 55 : 513 : 57.5 : 481 : 367 : 2.891 )							
( 60 : 449 : 62.5 : 409 : 302 : 2.606 )							
( 65 : 370 : 67.5 : 326 : 194 : 2.822 )							
( 70 : 281 : 72.5 : 234 : 179 : 2.571 )							
( 75 : 187 : 77.5 : : : : )							
( : : : : : : : )							

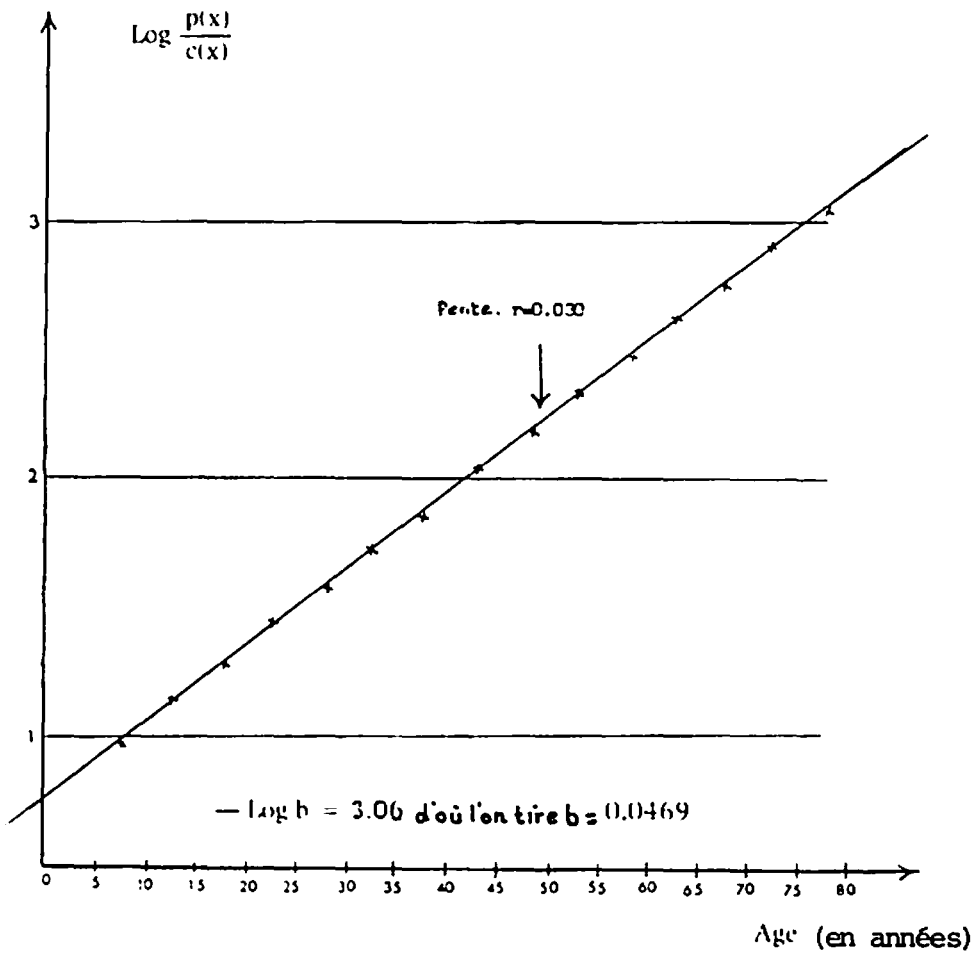
Sexe masculin

a) Table type de mortalité. Modèle Ouest (Coale A.J. et Demeny P. op. cit. page 14).

b) Composition par âge en 1960 (voir la table 5).





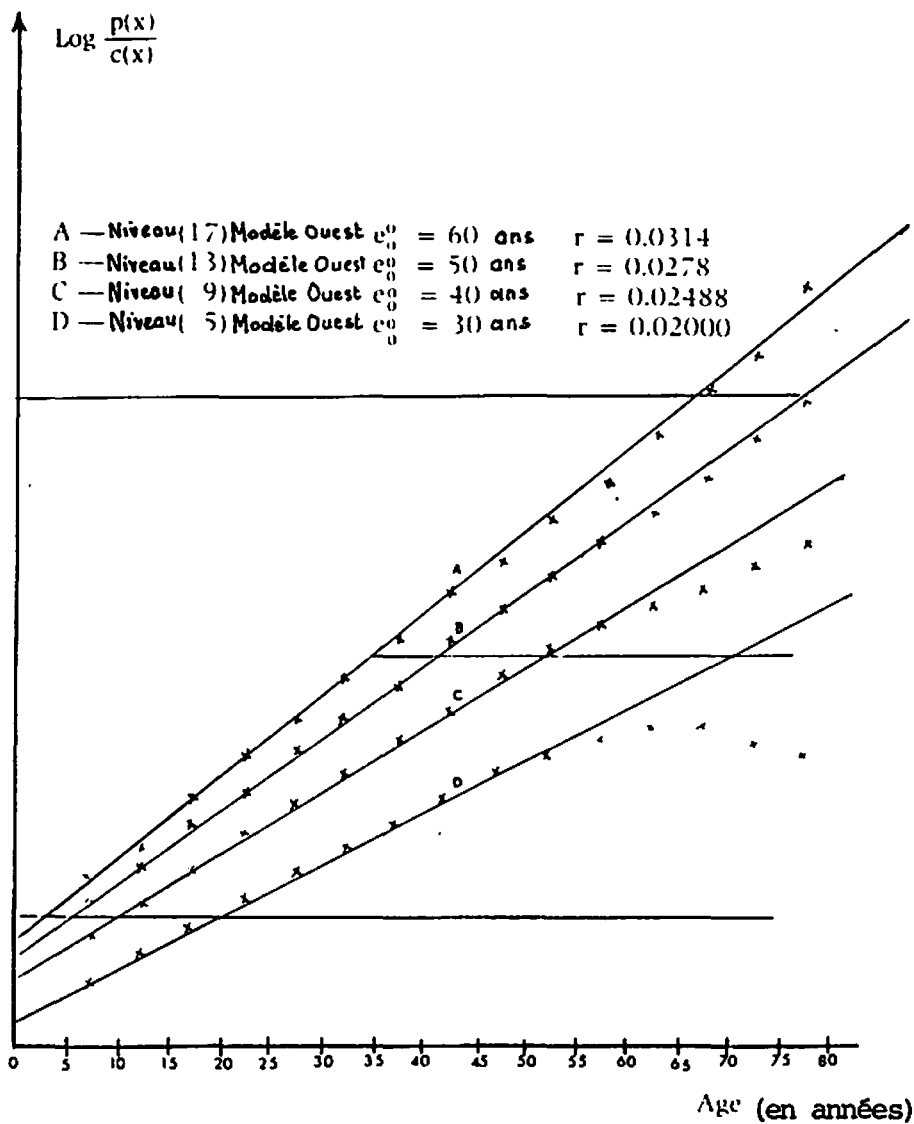


Graphique (1) Application de la formule (2)

Note :  $p(x)$  = Table type féminine de mortalité. Modèle Sud, niveau (13)

$c(x)$  = Population stable obtenue en associant la fonction  $p(x)$

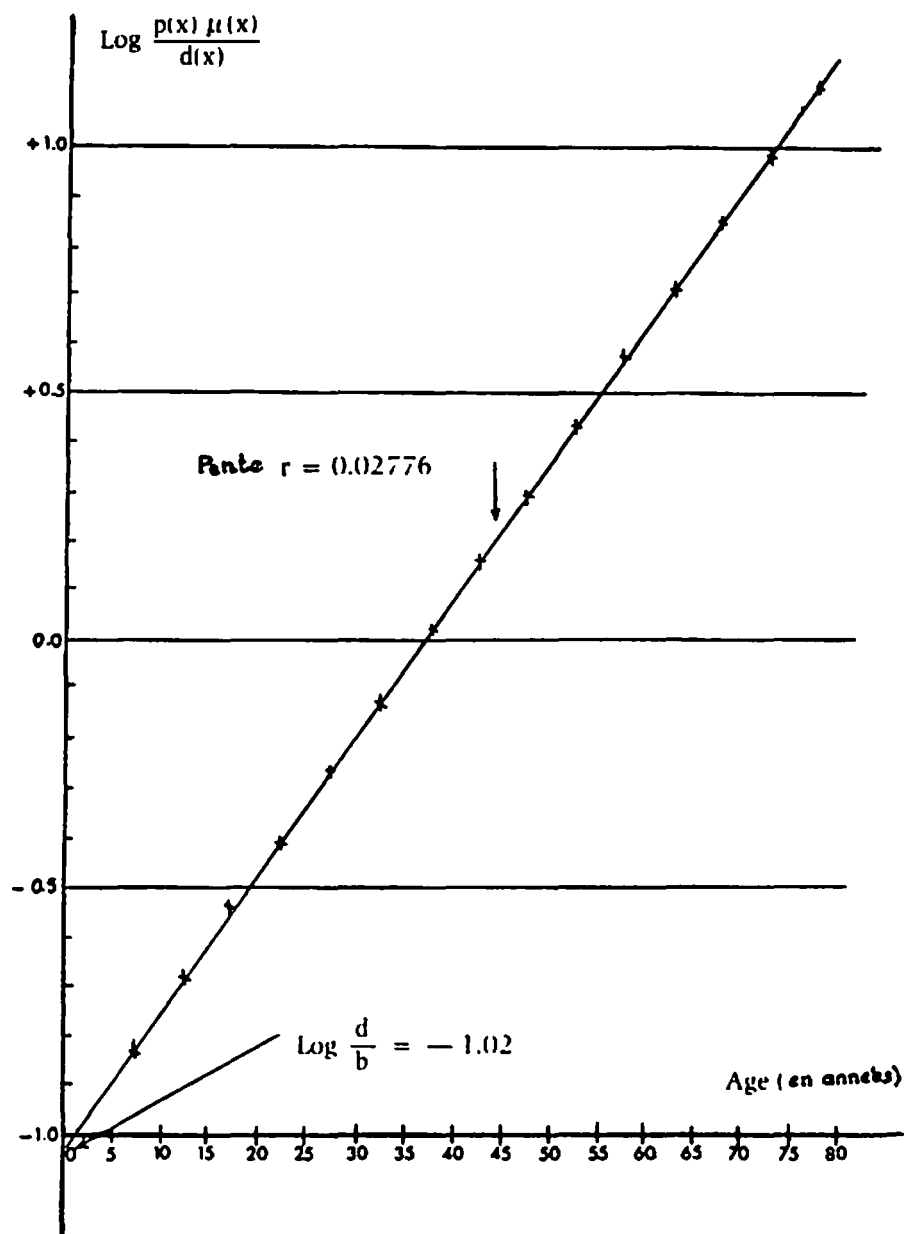
ci-dessus avec un taux d'accroissement  $r = 0.030$ .



Graphique (2) : Application de la formule (2)

Note :  $p(x)$  = Table type féminine de mortalité, Modèle Ouest, niveau indiqué ci-dessus.

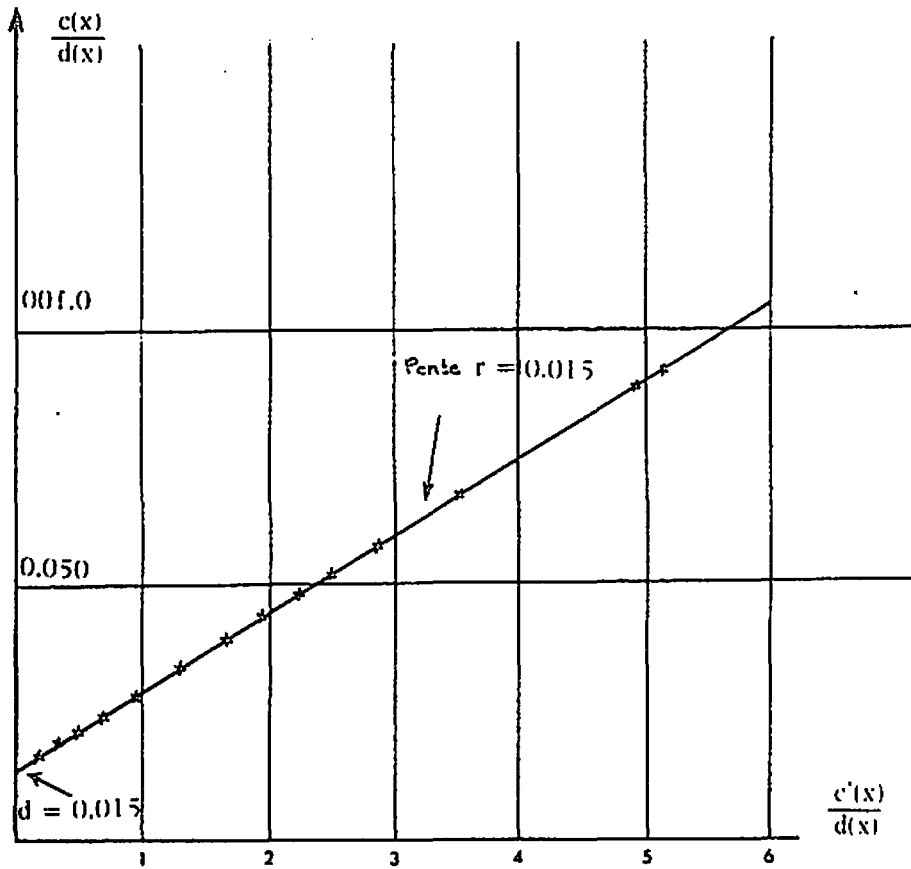
$c(x)$  = Population stable connue dans le graphique (1).



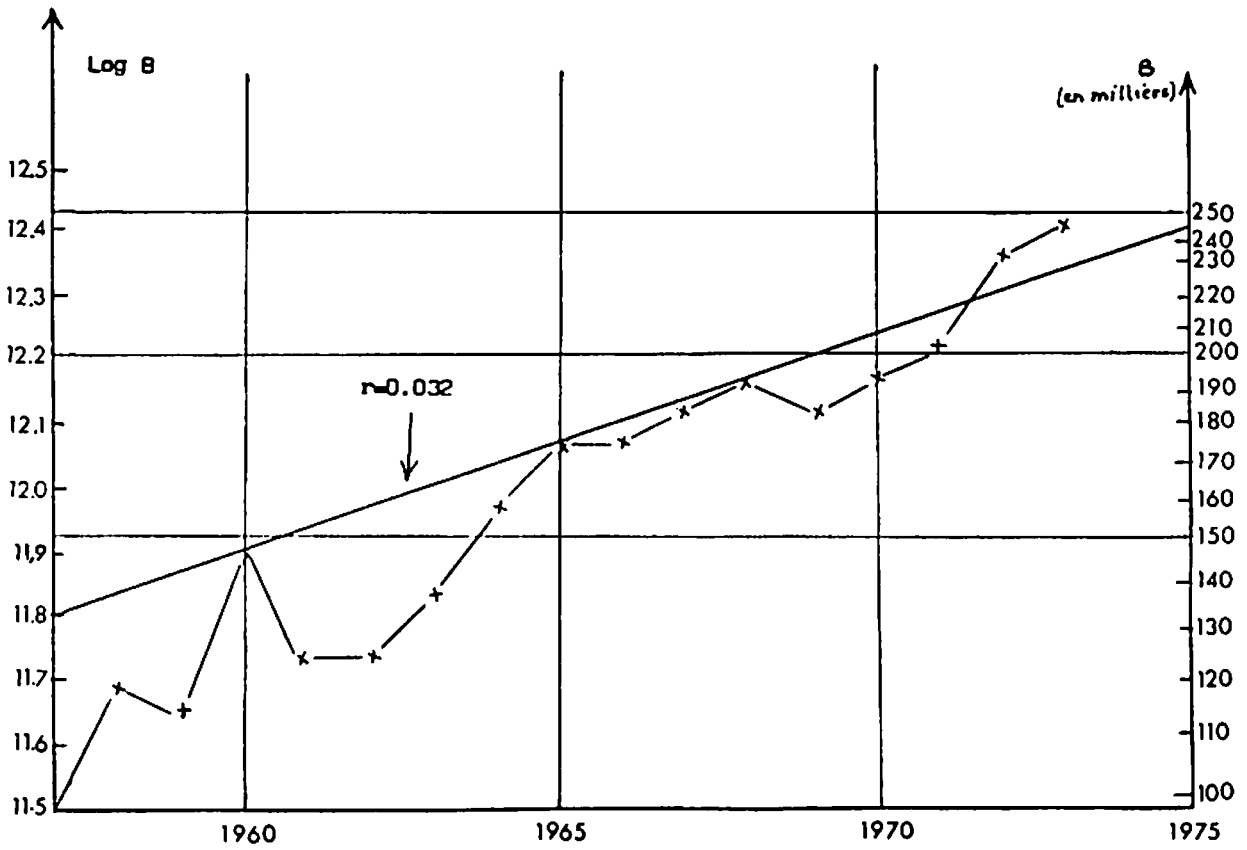
Graphique (3) : Application de la formule (4)

Note :  $p(x)$  et  $\mu(x)$  = Table type de mortalité féminine, Modèle Ouest, niveau (13)

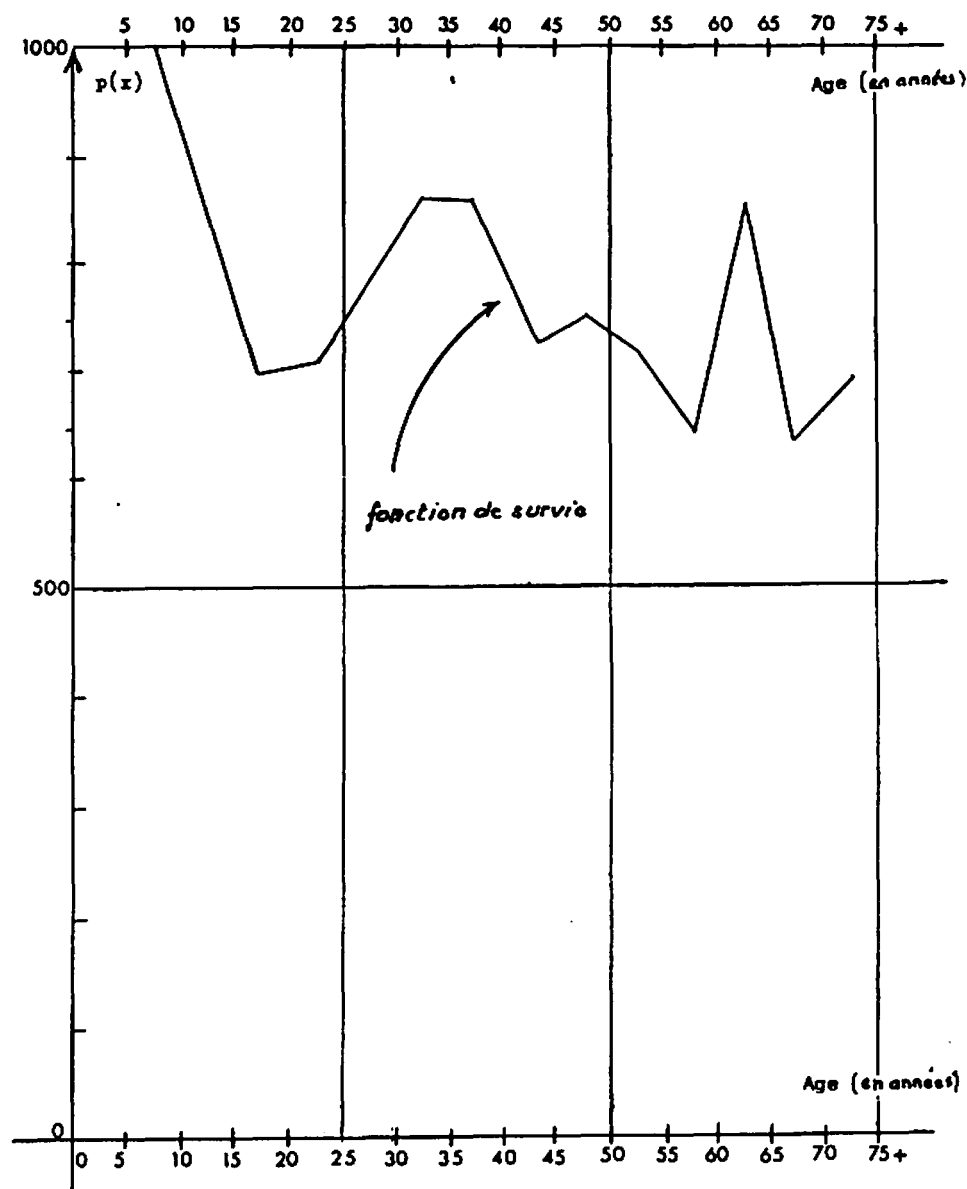
$d(x)$  = Population stable obtenue en associant la table-type ci-dessus avec un taux brut de reproduction égal à 3,0.



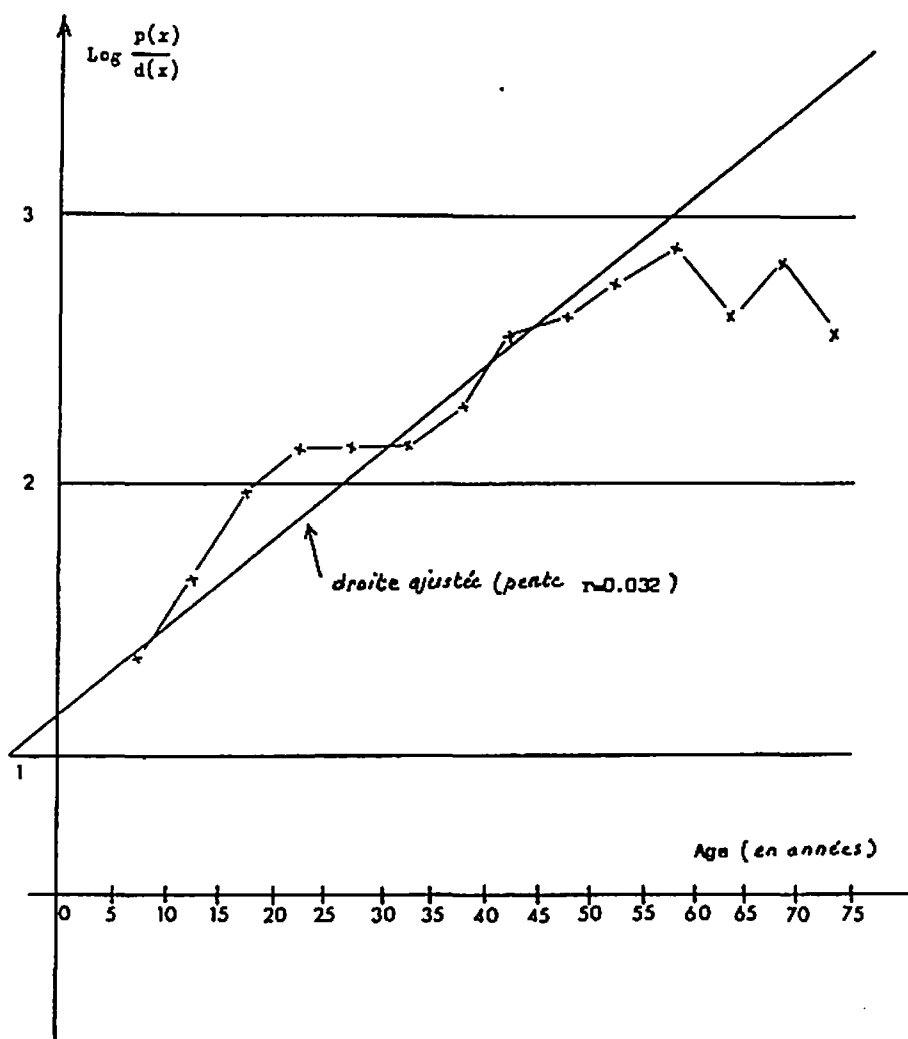
Graphique (4) : Application de la formule (5)



Graphique (5) : Naissances (B) enregistrées en Syrie de 1957 à 1975.



Graphique (6) : SYRIE, population masculine. Recensement de 1960.  
détermination de  $p(x)$  par la formule (1) - Voir le  
tableau (7).



Graphique (7) : SYRIE. Population masculine. Recensement de 1960.  
Détermination de  $r$  par la formule (2). Voir le  
tableau (8).

BIBLIOGRAPHIE

- (1) COALE, A.J. et DEMENY, P. Regional Model life tables and stable populations. Princeton : Princeton University Press, 1966.
- (2) Syrian Population Studies Series n° 4. Document ronéotypé publié par le Bureau Central des Statistiques, Damas, Syrie.



8159.79.1R