ENQUETE

PAR

SONDAGE

EN VUE DE MESURER LE TAUX DE CROISSANCE

DE LA POPULATION DE MADAGASCAR

-++@@++-

II. - SOUS-DOSSIER TECHNIQUE

-=nnMnn=-

ENQUETE PAR SONDAGE
EN VUE DE MESURER LE TAUX DE CROISSANCE DE
LA POPULATION DE MADAGASCAR

--==oOo==--

II. SOUS-DOSSIER TECHNIQUE

1° - D E F I N I T I O N.

On appelle taux de croissance naturel pour l'année t d'une population d'effectif M_t au 1er Janvier de cette année l'expression θ_t

$$\boxed{\theta_t = \frac{N_t - D_t}{M_t}}$$

N_t étant le nombre de naissance survenues au cours de l'année t.

D_t étant le nombre de décès survenus au cours de la même année.

Si l'on néglige la balance des migrations avec l'extérieur (approximation très valable pour Madagascar) on aura :

$$\boxed{M_{t+1} = M_t\ (1 + \theta_t)}$$

Si le taux de croissance est constant :

$$\theta_t = \theta$$

On aura, pour l'année t + n :

$$\boxed{M_{t+n} = M_t\ (1 + \theta)^n}$$

On exprime généralement θ_t en "pour mille" ou en "pour cent".

Exemple : $\theta_t = 3\ \% = 30\ ‰ = 0,03$.

2° - **MESURE DU TAUX DE CROISSANCE.**

a) - Quand l'effectif M_t de la population considérée est bien connu, et que l'état-civil est rigoureusement tenu à jour, il est possible d'obtenir directement les quantités M_t, D_t et N_t et de faire le calcul.

Les conditions dans lesquelles sont obtenus les effectifs de population et les statistiques d'Etat-Civil à Madagascar ne permettent pas d'utiliser cette méthode.

La population n'est connue qu'à peu près dans son effectif ; quant à l'Etat-Civil, le taux de sous-déclaration est trop élevé, et en même temps trop variable suivant les régions, pour qu'on puisse l'utiliser tel quel.

b) - Une deuxième solution serait de mesurer M_t par un recensement exhaustif ; en même temps, on poserait aux personnes recensées des questions visant à obtenir le nombre de décès et le nombre de naissances dans les douze derniers mois.

L'obtention de ces résultats permet un calcul rigoureux de θ_t ; mais l'opération est coûteuse.

c) - L'enquête par sondage que nous nous proposons d'effectuer permettra d'avoir une estimation de θ_t.

Cette enquête utilisera simultanément les techniques :

- du sondage à deux degrés
- de la stratification
- de l'estimation par le quotient.

3° - TECHNIQUE DE L'ESTIMATION DU TAUX DE CROISSANCE (1)

a) - Etablissement du plan de sondage : Madagascar sera divisé en 1.000 (1) unités primaires (ou UP), groupant chacune environ 6.000 habitants en moyenne.

Ces UP seront déterminées de façon :

- à être le plus possible d'effectifs égaux
- à ce que leur groupement par "strates" soit aisé.

Elles seront groupées en 100 strates déterminées en croisant les critères de stratification suivants :

- population urbaine ou rurale
- localisation géographique
- densité de peuplement.

N.B. Les effectifs des UP et les densités seront estimés en utilisant les renseignements fournis par les évaluations administratives.

Ceci introduit une certaine erreur dans la confection de la base de sondage, qui est inévitable et dont nous tiendrons compte.

b) - Le tirage des UP de l'échantillon se fera en prenant une UP par strate : l'échantillon sera donc composé de 100 UP, dispersées à travers tous Madagascar (1). Elles auront sensiblement la taille d'un canton, sans en avoir obligatoirement les limites.

../..

(1) - Pour simplifier l'exposé, tous les effectifs indiqués dans ce paragraphe ont été arrondis. Peut-être y aura-t-il 103, ou 86 UP ; seul l'ordre de grandeur est indiqué ici.

Chaque UP sera subdivisée en 100 US (2) comprenant chacune environ 60 habitants. Ces US seront stratifiées géographiquement et on en tirera 5 par UP, selon les techniques couramment utilisées en Afrique.

L'unité de base enquêtée sera le <u>ménage</u>.

Pour chaque ménage, on recherchera :

- l'effectif du ménage
- le nombre de décès survenus dans le ménage dans les douze derniers mois.
- le nombre de naissances survenues dans le ménage dans les douze derniers mois.

On veillera aussi à tenir compte des ménages entièrement disparus (en particulier personnes âgées seules décédées dans les 12 derniers mois). Ces renseignements seront demandés au Fokonolona.

Si l'on appelle m la population totale énumérée dans l'enquête :

n le nombre de naissances mentionnées

d le nombre de décès mentionnés

en posant $b = n - d$, on aura une estimation de θ :

$$\boxed{\theta_1^* = \frac{b}{m - b}}$$

<u>Remarque</u> : si l'on appelle b_k la balance naissance - décès relative aux US tirées de la k-ième UP tirée UP_k

on a $b = \sum_k b_k$

Cette estimation peut être rendue plus précise en ../..

(2) - Unités Secondaires.

utilisant la méthode d'estimation par le quotient.

En comparant les naissances et décès obtenus par l'enquête aux déclarations d'état-civil, on obtient pour chaque UP_k une estimation du taux de sous-déclaration de l'état-civil, s_k

En remplaçant b_k par $\frac{1}{20}$ s_k B_k, s_k étant le taux de sous déclaration de l'UP_k et B_k la balance des naissances et décès inscrits à l'état-civil, on obtient une estimation plus correcte de θ :

$$\boxed{\theta^{*} = \frac{b'}{m - b'}}$$

$$\text{avec} \quad b' = \frac{1}{20} \sum_{k} s_k \; B_k$$

4° - VALIDITE DE CETTE ESTIMATION.

La question est de savoir si l'on pourra ou non accorder du crédit à une estimation obtenue ainsi.

(La suite de ce paragraphe contient des développements mathématiques dont on pourra éviter la lecture ; se reporter au § 5 pour la conclusion).

Nous avons :

$$E\,(m) = f\,M$$

$$E\,(b') \# f\,B \qquad \text{avec} \quad f = \frac{1}{200}.$$

d'où :

$$E\,(\theta^{*}) \# \theta + \frac{1}{f^2\,M^2}\left[\frac{3}{100}\,V(m) + V(b') - Cov(m,b')\right],$$

En supposant que : $B \# \frac{3}{100}\,M$

En posant $V(m) \sim 10^6$

$V(b') \sim 10^3$

$Cov(m,b') = o$

On trouve que le biais est de l'ordre de 0,003 %. Il est donc certainement négligeable.

Calculons maintenant l'erreur totale :

$$ET = E(\theta^{*2}) - \theta^2$$

On a :

$$E(\theta^{*2}) \# \theta^2 + \frac{1}{f^2 M^2} \left[V(b') + 3.10^{-3} V(m) - 3.10^{-2} Cov(m,b') \right]$$

Donc :

$$\boxed{ET \# 10^{-9} \left[V(b') + 3.10^{-3} V(m) - 3.10^{-2} Cov(m,b') \right]}$$

1° - <u>E X P R E S S I O N de V(b')</u> :

Nous pouvons raisonnablement supposer que :

$V(b') = \frac{1}{10} V(b)$, b étant l'estimation qui serait obtenue sans utiliser la méthode du quotient.

Or, on a, en posant :

$$\frac{1}{k-1} \sum_{\alpha=1}^{K} (\bar{B}_\alpha - \bar{B})^2 = S^2$$

$$\frac{1}{L-1} \sum_{\alpha=1}^{L} (B_{\alpha\beta} - \bar{B}_\alpha) = S_\alpha^2 ,$$

$$\boxed{V(b) = L \frac{f_1}{f_2} (1 - f_2) \sum_{\alpha=1}^{K} S_\alpha^2 + L^2 K \frac{1 - f_1}{f_1} S^2}$$

f_1 étant le taux de sondage des UP (Ici, $f_1 = \frac{1}{10}$)

f_2 -"- US

$B_{\alpha\beta}$ étant la valeur de la balance pour l'US

et $B_\alpha = \frac{1}{L} \sum_{\beta=1}^{l} B_{\alpha\beta}$

L étant le nombre d'US par UP, K étant le nombre d'UP.

2° - On trouve de même :

$$\boxed{V(m) = L \frac{f_1}{f_2} \sum_{\alpha=1}^{K} S'^2 + l^2 K \frac{1 - f_1}{f_1} S'^2_\alpha}$$

Avec

$$\frac{1}{K - 1} \sum_{\alpha=1}^{K} (\bar{M}_\alpha - \bar{\bar{M}})^2 = S'^2$$

$$\frac{1}{L - 1} \sum_{=1}^{L} (M_{\alpha\beta} - \bar{M}_\alpha)^2 = S'^2_\alpha$$

Si la population de Madagascar <u>était très bien connue</u>, on aurait $V(m) \# 0$: la variance sur m est ici conséquence directe de la mauvaise qualité des statistiques existantes.

<u>RESULTATS NUMERIQUES</u>: On peut accepter que :

$V(b') = 10^3$ (b' étant de l'ordre de 900)

$V(m) = 10^6$ (m étant de l'ordre de 30.000)

$Cov (m,b') = 3.10^4$ [la corrélation entre m et b' étant sûrement très élevée, on doit avoir :

$Cov(m,b') \# \sqrt{V(m).\ V(b')}$]

On trouve $ET \# 3.10^{-6}$ d'où : $\sigma \# 1,7.10^{-3}$

<u>L'intervalle de confiance à 95% pour θ^x sera donc de l'ordre de $\pm$ 0,3%.</u>

../..

5°- <u>VALIDITE DE L'ESTIMATION</u> (suite) :

En termes plus proches du langage courant, nous dirons que, si l'on trouve une valeur θ^*, on pourra accorder une confiance de 95% à l'affirmation :

θ^* se trouve dans l'intervalle (θ^* - 0,3%, θ^* + 0,3%).

<u>Exemple</u> : Si l'on trouve 2,4%, on saura qu'on peut accorder 95% de crédit à l'affirmation : "le taux réel se trouve entre 2,1 et 2,7".

Précisons qu'une approximation de cet ordre correspond tout à fait aux désirs exprimés par le Plan.

o O o

+